

1 Racines carrées

Définition 32 (racine carrée)

Soit x un nombre positif.

La **racine carrée** de x est le nombre positif dont le carré est x .

La racine carrée de x est notée \sqrt{x} .

Exemples

1. Nous savons que $5 \times 5 = 25$ et :

– le nombre 25 est le carré de 5 et $25 = \dots$

– le nombre 5 est la racine carrée de 25 et $5 = \dots$

2. La racine carrée de 48 est le nombre dont le carré est 48 ; elle est notée ...

Définition 33 (carré parfait)

Un **carré parfait** est le carré d'un nombre entier.

Propriété 32 (racine carrée de 0 et de 1)

La racine carrée de 0 est 0.

La racine carrée de 1 est 1.

Remarque

Le nombre 0 est sa propre racine carrée : $0 \times 0 = 0$.

De même : $1 \times 1 = 1$.

Propriété 33 (racine carrée d'un carré parfait)

Si a est un carré parfait, alors la racine carrée de a est un entier.

Remarque

Les carrés des 12 premiers nombres entiers positifs sont à connaître par cœur.

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
n^2	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100

Propriété 34 (lien entre carré et racine carrée)

Soit a un nombre positif ou nul.

$$\sqrt{a} \geq 0 \quad , \quad (\sqrt{a})^2 = a \quad \text{et} \quad \sqrt{a^2} = a$$

Exemples

a. $(\sqrt{2})^2 = \dots$

b. $(\sqrt{17863})^2 = \dots$

c. $(\sqrt{34,56})^2 = \dots$

2 Le théorème de Pythagore**Théorème 1 (théorème de Pythagore)**

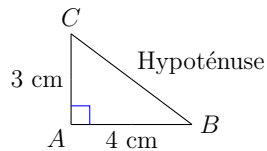
Si un triangle ABC est rectangle en A , alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égale à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.

$$BC^2 = AB^2 + AC^2.$$

3 Calculer la longueur de l'hypoténuse d'un triangle rectangle

Exemple

Calculer la longueur de l'hypoténuse du triangle ABC , en donnant une valeur approchée au centième si nécessaire.



Réponse

Le triangle ABC est rectangle en ...

Donc, d'après le théorème de Pythagore :

$$(\dots)^2 = (\dots)^2 + (\dots)^2$$

$$BC^2 = (\dots)^2 + (\dots)^2$$

$$BC^2 = \dots + \dots$$

$$BC^2 = \dots$$

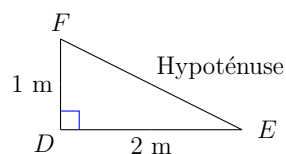
$$BC = \sqrt{\dots}$$

$$BC = \dots$$

Le côté $[BC]$ mesure ...

Exemple

Calculer la longueur de l'hypoténuse du triangle DEF , en donnant une valeur approchée au centième si nécessaire :



Réponse

Le triangle DEF est rectangle en ...

Donc, d'après le théorème de Pythagore :

$$(\dots)^2 = (\dots)^2 + (\dots)^2$$

$$EF^2 = (\dots)^2 + (\dots)^2$$

$$EF^2 = \dots + \dots$$

$$EF^2 = \dots$$

$$EF = \dots$$

La valeur exacte de la longueur EF est ...

La calculatrice nous permet d'obtenir une valeur approchée : $EF \approx \dots$

4 Calculer la longueur d'un côté adjacent à l'angle droit

Exemple

Calculer la longueur du côté $[XZ]$ dans le triangle ci-dessous.

Réponse

Le triangle XYZ est rectangle en ...

Donc, d'après le théorème de Pythagore :

$$(\dots)^2 = (\dots)^2 + (\dots)^2$$

$$(\dots)^2 = (\dots)^2 + (\dots)^2$$

$$\dots = 3136 + XZ^2$$

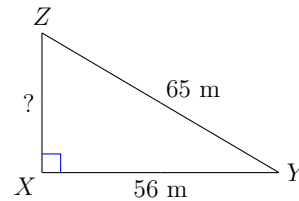
$$4225 - 3136 = 3136 + XZ^2 - \dots$$

$$\dots = XZ^2$$

$$XZ = \sqrt{\dots}$$

$$XZ = \dots$$

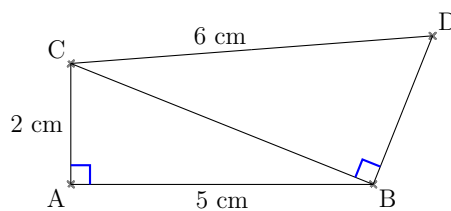
la longueur XZ est égale à ...



5 Calculer une longueur dans une situation plus complexe

Exemple

Calculer la longueur BD , en donnant la valeur exacte puis la valeur arrondie au centième.



Réponse

Première étape : calcul de la longueur BC .

Plaçons-nous dans le triangle ABC , qui est rectangle en ...

Nous pouvons donc appliquer le théorème de Pythagore.

$$\dots = \dots + \dots$$

$$BC^2 = (\dots)^2 + (\dots)^2$$

$$BC^2 = \dots + \dots$$

$$BC^2 = \dots$$

Seconde étape : calcul de la longueur BD .

Plaçons-nous cette fois dans le triangle ABC , qui est rectangle en ...

En appliquant le théorème de Pythagore, il vient :

$$(\dots)^2 = (\dots)^2 + (\dots)^2$$

$$(\dots)^2 = (\dots) + (\dots)^2$$

$$\dots = \dots + BD^2$$

$$\dots - \dots = \dots + BD^2 - \dots$$

$$\dots = BD^2$$

$$BD = \dots$$

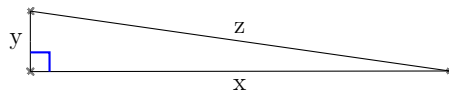
La valeur exacte de la longueur BD est ...

À l'aide de la calculatrice, nous déterminons que $BD \approx \dots$

6 Programmer un calcul

Exemple

Sachant que $y = 1$ cm et $z = 7$ cm, programmer avec Scratch le calcul de x afin d'obtenir une valeur approchée de x au centième près.



Réponse

Les longueurs x , y et z sont les trois côtés d'un triangle rectangle. La longueur z est celle de longueur de l'hypoténuse, et d'après le théorème de Pythagore :

$$(\dots)^2 = (\dots)^2 + (\dots)^2$$

Avec Scratch, nous pouvons créer trois variables x , y et z et calculer x avec le script suivant.

L'afficheur de la variable x indique 5,91608.

Nous pouvons en déduire une valeur approchée de x au centième : $x \approx \dots$