

## 1 Vocabulaire <sup>1</sup>

### Définition 36 (individu, population, caractère, quantitatif, qualitatif)

Dans une étude statistique on s'intéresse à des **individus** constituant une **population**.

L'aspect des individus sur lequel porte l'étude statistique s'appelle le **caractère**.

Un caractère dont les valeurs sont des nombres est **quantitatif**.

Dans le cas contraire, il est **qualitatif**.

### Exemple

Une enquête a été menée auprès des élèves de la classe de 4<sup>e</sup>H. Voici les questions posées :

- Comment viens-tu au collège : en bus (B), à pied (P), en voiture (V) ou autrement (A) ?
- Quelle est la durée de ton trajet maison-collège en minutes ?
- Combien as-tu de frères et sœurs ?

Voici les réponses des 25 élèves, réparties en deux tableaux de 15 et 10 colonnes ; chaque colonne résume les réponses d'un élève aux 3 questions.

Nombre de frère et sœurs	2	1	0	2	3	1	2	2	1	0	2	4	2	2	3
Moyen de transport	B	P	B	B	V	B	V	B	V	P	B	B	B	A	V
Durée d'un trajet (mn)	25	5	17	10	1	20	15	5	14	23	1	13	5	5	9

Nombre de frère et sœurs	2	3	1	3	2	1	1	0	2	1
Moyen de transport	B	V	P	B	B	V	B	V	V	B
Durée d'un trajet (mn)	35	20	11	17	28	30	10	21	18	15

*Réponses au questionnaire*

1. Ce chapitre inclut des rappels de cinquième, en particulier les calculs d'effectifs, de fréquences et de moyennes, ainsi que des représentations de données statistiques sous forme de tableaux, de diagrammes ou de graphiques et leur interprétation.

Tout au long de ce chapitre, nous allons effectuer une étude statistique sur les réponses des élèves à ce questionnaire.

Dans un premier temps, nous allons déterminer ce que représente un individu, la population, la nature et le type du caractère étudié dans chacun des cas suivants :

- la taille en cm des élèves de 4<sup>e</sup> H ;
- l'âge des chats d'un refuge pour animaux ;
- le moyen de transport emprunté par chaque élève du collège pour s'y rendre le matin ;
- la couleur des voitures sur le parking du collège ;
- le nombre d'habitants dans les appartements d'un immeuble.

### Réponse

	Individu	population	caractère	Type
a				
b				
c				
d				
e				

## 2 Représenter les données statistiques par un graphique

### 2.1 Trier et présenter les données dans un tableau

#### Définition 37 (effectif total, effectif d'une valeur)

Dans une série de données :

- l'**effectif total** est le nombre d'individus à étudier ;
- l'**effectif d'une valeur** est le nombre de fois ou cette valeur apparaît.

#### Exemple

Reprenons notre enquête sur les élèves de 4<sup>e</sup> H, afin d'étudier la série de données relatives au nombre  $N$  de frères et sœurs d'un élève.

À partir des réponses au questionnaire, constituons un tableau indiquant pour chaque élève le nombre de frères et sœurs ; les élèves apparaissent dans ce nouveau tableau dans l'ordre des réponses.

N	2	1	0	2	3	1	2	2	1	0	2	4	2	2	3	2	3	1	3	2	1	1	0	2	1
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Ce tableau est peu lisible. On peut améliorer sa lisibilité en triant les données par ordre croissant du nombre de frères et sœurs.

N																									
---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

C'est mieux! Nous comptons maintenant plus facilement, par exemple, que la valeur "3" est présente ... fois : on dit que l'effectif de la valeur 3 est ...

Ici, cela signifie que ... élèves ont exactement ... frères et sœurs.

Nous pouvons enfin réduire le nombre de colonne de notre tableau en indiquant, pour chaque valeur, son effectif.

Voici le tableau des effectifs.

Nombre de frères et sœurs	0	1	2	3	4	Total
Effectif	...	...	...	...	...	...

Effectif de la valeur 3

Effectif total

## 2.2 Représenter une série statistique à l'aide d'un diagramme en bâton

### Exemple

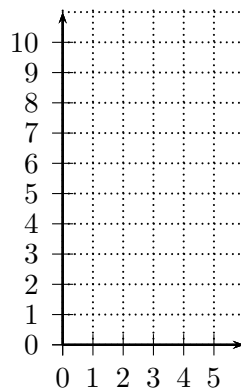
Réaliser un diagramme en bâtons à partir du tableau suivant.

Nombre de frères et sœurs	0	1	2	3	4
Effectif	...	...	...	...	...

### Réponse

Dans ce **diagramme en bâtons** (rappels) :

- les valeurs du caractère sont placées sur l'axe horizontal ;
- les effectifs sont placés sur l'axe vertical ;
- la hauteur d'un bâton est proportionnelle à l'effectif de la valeur.



*Nombre de frères et sœurs*

## 2.3 Représenter une série statistique à l'aide d'un diagramme circulaire

### Notion de fréquence

#### Définition 38 (fréquence)

La **fréquence** d'une valeur statistique est égale au quotient de l'effectif de cette valeur par l'effectif total.

$$\text{fréquence} = \frac{\text{effectif de la valeur}}{\text{effectif total}}.$$

#### Propriété 41 (fréquence entre 0 et 1)

La fréquence  $f$  d'une valeur est un nombre compris entre 0 et 1.

#### Exemple

1. On s'intéresse aux élèves de la classe de 4<sup>e</sup> H qui prennent le bus pour se rendre au collège ; calculer la fréquence correspondante.
2. On lance 10 fois une pièce de monnaie qui tombe 7 fois sur pile. Réaliser un tableau des effectifs et calculer la fréquence correspondant à pile et celle correspondant à face.

#### Réponse

1. 13 des 23 élèves de la classe de 4<sup>e</sup> H prennent le bus pour venir au collège : la fréquence de la valeur "en bus" est ...
2. Constituons le tableau des effectifs.

Côté de la pièce	Face	Pile	Total
Effectifs	...	...	...

La fréquence de la valeur "face" est  $f_{\text{face}} = \dots$

La fréquence de la valeur "pile" est  $f_{\text{pile}} = \dots$

#### Propriété 42 (somme des fréquences)

Dans une série statistique, la somme des fréquences de toutes les valeurs est égale à 1.

#### Exemple

On s'intéresse au moyen de transport utilisé par les élèves pour venir au collège : en bus (B), à pied (P), en voiture (V) ou autrement (A).

On dispose d'un tableau des fréquences incomplet : il manque la fréquence de la valeur « en voiture ».

Moyen de transport	Bus	À pied	En voiture	Autrement	Total
Fréquence	0,52	0,12	...	0,04	...

1. Calculer la fréquence  $f_v$  de la valeur « en voiture ».
2. Compléter le tableau.
3. En déduire le nombre  $n_v$  d'élèves venant en voiture au collège.

### Réponse

1. La somme des fréquences est égale à 1. On a donc :

$$0,52 + 0,12 + f_v + 0,04 = 1$$

Réolvons cette équation d'inconnue  $f_v$ .

...

...

$$f_v = \dots$$

La solution de l'équation est ... et la fréquence de la valeur « en voiture » est ...

2. Voici le tableau des fréquences complété.

Moyen de transport	Bus	À pied	En voiture	Autrement	Total
Fréquence	0,52	0,12	...	0,04	...

3. L'effectif total  $N$  est ... .

$$n_v = N \times f_v = \dots$$

Donc, ... élèves viennent en voiture au collège.

## Réalisation d'un diagramme circulaire

### Exemple

Intéressons-nous de nouveau au moyen de transport utilisé par les élèves de la classe de 4<sup>e</sup>H pour se rendre au collège.

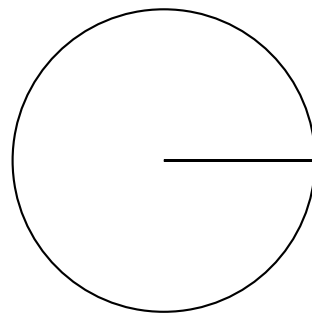
1. Complétez le tableau donnant, pour chaque valeur du caractère étudié, l'effectif, la fréquence et l'angle du diagramme circulaire associé.
2. Réalisez le diagramme circulaire des moyens de transports empruntés par les élèves pour venir au collège.

**Réponse**

Voici le tableau complété.

Transport	(B) en bus	(P) à pied	(V) en voiture	(A) autre	Total
Effectif	13	3	8	1	25
Fréquence	$\frac{\dots}{\dots}$	$\frac{\dots}{\dots}$	$\frac{\dots}{\dots}$	$\frac{\dots}{\dots}$	...
Angle (°)	$360 \times \frac{\dots}{\dots} \approx$	$360 \times \frac{\dots}{\dots} \approx$	$360 \times \frac{\dots}{\dots} \approx$	$360 \times \frac{\dots}{\dots} \approx$	<b>360</b>

Réalisons le diagramme circulaire.



(B) en bus



(P) à pied



(V) en voiture



(A) autre

*Moyens de transport*

En additionnant les angles des différents secteurs du diagramme circulaire on obtient :

$$\dots + \dots + \dots + \dots = \dots$$

Le total n'est pas égal à la valeur attendue (soit 360°) car chaque angle est arrondi au degré près, ce qui introduit une légère approximation.

Lorsqu'on additionne les angles, ces erreurs d'arrondi sont ici cumulées avec pour effet, dans cet exemple, une erreur d'arrondi sur la valeur totale.

### 3 Calculs de moyennes

#### 3.1 Moyenne simple

**Définition 39 (indicateur de tendance centrale)**

Un **indicateur de tendance centrale** d'une série statistique est une valeur autour de laquelle se concentrent les données.

**Définition 40 (moyenne)**

La **moyenne** d'une série de données est égale au quotient de la somme de ces données par l'effectif total.

$$\text{moyenne} = \frac{\text{somme des données}}{\text{effectif total}}.$$

Elle est couramment noté à l'aide d'une lettre surmontée d'une barre :  $\bar{m}$ .

La moyenne est un indicateur de tendance centrale.

**Exemple**

Un randonneur effectue en quatre jours des marches de 16, 14, 17 et 15 kilomètres.

Il parcourt en moyenne chaque jour :

$$\bar{m} = \frac{\dots + \dots + \dots + \dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} = \dots$$

**3.2 Moyenne pondérée****Définition 41 (moyenne pondérée)**

La **moyenne pondérée** d'une série de données est égale au quotient de la somme des produits de chaque valeur par son effectif, divisé par l'effectif total.

$$\text{moyenne pondérée} = \frac{\text{somme des produits des valeurs par leur effectif}}{\text{effectif total}}.$$

**Exemple**

1. Dans une compétition de tir, un athlète réalise les scores suivants : 9, 8, 10, 9 et 10.

Calculer sa moyenne de deux façons différentes.

2. Un examen comporte 3 épreuves coefficientées et notées sur 20 points.

Les candidats sont admis si leur moyenne est supérieure ou égale à 15/20.

Indrina a obtenu 17/20 en mathématique (coefficient 5), 15/20 en français (3) et 12/20 en informatique (coefficient 2).

Sera-t-elle admise ?

**Réponse**

1. – Calculons la moyenne de ses tirs par la méthode simple.

$$\bar{m} = \frac{\dots + \dots + \dots + \dots + \dots}{\dots} = \dots$$

La moyenne des tirs est ...

- Calculons la moyenne de ses tirs par la méthode pondérée.

		valeurs		
Score	8	9	10	Total
Effectif	...	...	...	...
		Effectif de la valeur 9		Effectif total

$$\bar{m} = \frac{8 \times \dots + 9 \times \dots + 10 \times \dots}{5} = \frac{\dots + \dots + \dots}{5} = \frac{\dots}{5} = \dots$$

Nous obtenons donc la même valeur en calculant la moyenne par la méthode simple ou la méthode pondérée.

2. à l'aide d'un tableau, calculons la moyenne d'Indrina, pondérée par les coefficients des épreuves,

Épreuve	Mathématiques	Français	Informatique	Total
Coefficient	5	3	2	10
Note	17	15	12	

$$\bar{m} = \frac{\dots \times 17 + \dots \times 15 + \dots \times 12}{\dots + \dots + \dots} = \frac{\dots + \dots + \dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} = \dots$$

Indrina est ...

## 4 Médiane d'une série statistique

### Définition 42 (médiane)

On appelle **médiane** d'une série statistique triée un nombre qui partage la série en deux parties de même effectif.

La médiane est un indicateur de tendance centrale.

### 4.1 Calculer une médiane avec un effectif impair

#### Propriété 43 (médiane avec un effectif impair)

La médiane d'une série statistique d'effectif impair de rang  $N$  est la valeur de rang  $\frac{N+1}{2}$ .

#### Exemple

Sur un présentoir, des statuettes sont classées par taille croissante.

Taille (en cm)	12	14	15	18	21	22	77
----------------	----	----	----	----	----	----	----



- Calculer la médiane de cette série.
- Séparer la série étudiée en deux sous-séries de même effectif.

### Réponse

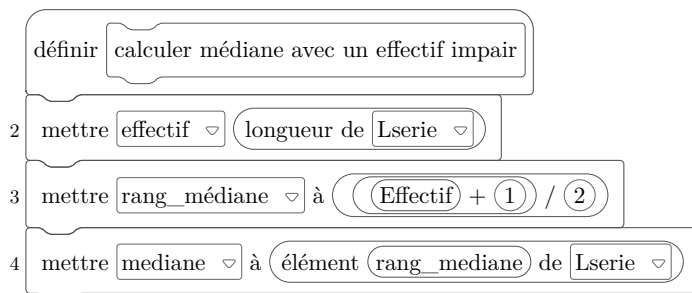
- L'effectif de la série étudié est  $N = \dots$   
Le rang de la médiane est  $k = \dots$   
La médiane est la valeur de rang ... soit ...
- On peut séparer la série étudiée en deux sous-séries, de part et d'autre de la médiane :
  - celle comprenant les statuettes de taille ... , ... , ... et ... ;
  - celle comprenant les statuettes de taille ... , ... , ... et ... .

### Exemple

Dans l'environnement Scratch, on crée une liste nommée *Lserie* comportant 7 valeurs correspondant aux tailles des statuettes, triées par ordre croissant (voir ci-dessous).

- Identifier les variables créées par l'utilisateur dans le script « calculer médiane avec un effectif impair ».
- Donner sous forme de tableau la valeur de chaque variable à la fin de l'exécution de chaque bloc.
- En déduire la valeur de la médiane.

Remarque : Le bloc `longueur de Lserie` donne le nombre d'éléments de la liste *Lserie*.



Lserie	
1	12
2	14
3	15
4	18
5	21
6	22
7	77

### Réponse

- La variable ... représente l'effectif de la série étudiée.
  - La variable ... indique le rang de la médiane dans la série.
  - La variable ... est associée à la valeur de la médiane.

De plus, la liste ... contient la liste ordonnée des valeurs de la série.

2. Voici le tableau demandé.

Numéro du bloc	Effectif	rang_mediane	mediane
...	...		
...	...	...	
...	...	...	...

3. La valeur de la médiane est ...

En d'autres termes, la médiane de la série principale est ...

## 4.2 Calculer une médiane avec un effectif pair

### Propriété 44 (médiane avec un effectif pair)

Soit  $k$  est entier positif. La médiane d'une série statistique d'effectif pair de rang  $N = 2k$  est comprise entre la valeur de rang  $k$  et la valeur de rang  $k + 1$ .

En pratique, on prendra la moyenne entre ces deux valeurs.

### Exemple

Lors d'une fête de Pâques, on prépare six paniers contenant des petits œufs.

Au dernier moment, on compte les œufs et on en trouve respectivement 51, 29, 28, 30, 40 et 32 par panier.

Calculer le nombre médian d'œufs par panier.

### Réponse

Constituons une série statistique triée à partir du nombre d'œufs de chaque panier.

Nombre d'œufs d'un panier	...	...	...	...	...	...
---------------------------	-----	-----	-----	-----	-----	-----

L'effectif de cette série est ...

Les valeurs centrales sont les valeurs de rang ... et de rang ..., correspondant respectivement à ... et ... œufs.

Calculons la médiane  $Me$ .

$Me = \dots$

Le nombre médian d'œufs par panier est ...

### Exemple

Récupérons les paniers de Pâques, et rangeons la série statistique que nous avons déjà étudiée dans une liste de Scratch *Lserie*.

1. Identifier les variables utilisateurs dans le script « calculer médiane avec un effectif pair ».
2. Compléter le script.
3. Donner sous forme de tableau la valeur de chaque variable à la fin de l'exécution du script.
4. En déduire la valeur de la médiane.

The image shows a Scratch script with 7 blocks and a data table. The script defines variables for 'effectif', 'rang\_a', 'rang\_b', 'valeur\_a', 'valeur\_b', and 'médiane'. It uses the 'Lserie' list to find the two middle values and calculates their average as the median.

Lserie	
1	28
2	29
3	30
4	32
5	40
6	51
+ longueur 6 =	

### Réponse

1.
  - La variable ... représente l'effectif de la série étudiée.
  - Les variables ... et ... indiquent le rang des deux valeurs centrales.
  - Les variables ... et ... indiquent le rang des deux valeurs centrales.
  - La variable ... est associée à la valeur de la médiane.

La liste ... contient la liste ordonnée des valeurs de la série.

2. Présentons dans un tableau la valeur de chaque variable à la fin du script.

Numéro du bloc	Effectif	rang_a	rang_b	valeur_a	valeur_b	mediane
...	...	...	...	...	...	...

3. La valeur de la médiane est ... .

En d'autres termes, le nombre médian d'œufs par panier est ... .