CHAPITRE 19

COSINUS D'UN ANGLE AIGU

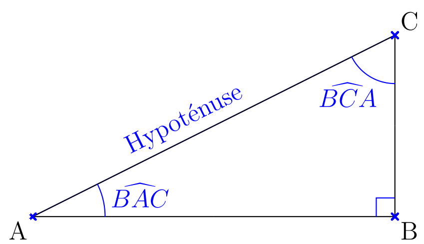
1 Côté adjacent à un angle

Définition 70 (côté adjacent)

Dans un triangle rectangle, le **côté adjacent** à un angle aigu est le côté qui relie le sommet de cet angle et le sommet de l'angle droit.

Exemple

Dans le triangle ABC, nommer les deux angles aigus et leurs côtés adjacents.



Réponse

	Angle aigu	côté adjacent
Notation de l'angle	...	...
Valeur en degrés	...	...

Remarque (propriété de l'hypoténuse)

Dans un triangle rectangle, l'hypoténuse n'est jamais le côté adjacent d'un des angles aigus.

Propriété 75 (somme des angles d'un triangle rectangle)
La somme des angles aigus d'un triangle rectangle est égale à 90°.

Exemple
Dans le triangle ABC ci-dessus, on donne $\widehat{BAC} = 27°$.
Déterminer $\widehat{ACB}$.

Réponse
$\widehat{ACB} = 90 - \ \ldots \ = 90 - \ \ldots \ = \ \ldots$
L'angle ... mesure ...

2 Cosinus d'un angle aigu dans un triangle rectangle

Propriété 76 (cosinus d'un angle aigu)
Dans un triangle rectangle, le cosinus d'un angle aigu est le quotient de la longueur du côté adjacent par la longueur de l'hypoténuse.

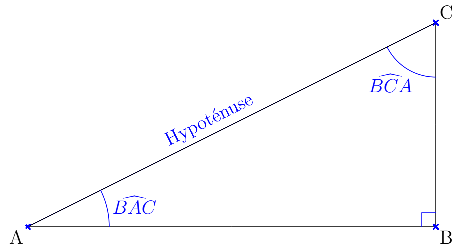
$$\cos(\text{angle aigu}) = \frac{\text{longueur du côté adjacent à cet angle}}{\text{longueur de l'hypothénuse}}.$$

Exemple
Exprimer le cosinus de chaque angle aigu dans un triangle ABC rectangle en B.

Réponse

$$\cos(\widehat{BAC}) = \frac{\text{longueur du côté adjacent à } \widehat{BAC}}{\text{longueur de l'hypothénuse}} = \frac{\ldots}{\ldots}.$$

$$\cos(\widehat{ACB}) = \frac{\text{longueur du côté adjacent à } \widehat{ACB}}{\text{longueur de l'hypothénuse}} = \frac{\ldots}{\ldots}.$$



3 Encadrement du cosinus d'un angle aigu

Propriété 77 (encadrement du cosinus d'un angle aigu)
Soit α un angle aigu.

$$0 \leq \cos(\alpha) \leq 1.$$

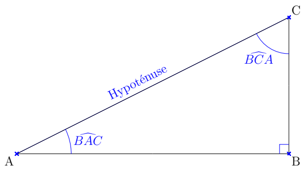
Démonstration

1. Montrons que $0 \leq \cos(\alpha)$.

   Soit ABC un triangle rectangle en B.

   L'angle $\widehat{BAC}$ est alors un angle aigu.

   Posons $\widehat{BAC} = \alpha$.



   Par construction $AB \geq 0$ et $AC \ldots 0$.

   Le quotient de deux nombres de même signe est ... donc $\dfrac{AB}{AC} \ldots 0$.

   Par ailleurs $\cos(\alpha) = \dfrac{\text{côté adjacent}}{\text{hypothénuse}} = \dfrac{\ldots}{\ldots}$.

   Donc $\cos(\alpha) \ldots 0$ et par suite $0 \ldots \cos(\alpha)$.

2. Montrons que $\cos(\alpha) \leq 1$.

   Dans un triangle rectangle, l'hypoténuse est toujours le plus grand côté.

   Donc $AB \leq AC$ et $\dfrac{AB}{AC} \ldots 1$.

   Par conséquent, $\cos(\alpha) \ldots 1$.

3. Conclusion.

   En réunissant les conclusions précédentes nous obtenons :

$$0 \leq \cos(\alpha) \leq 1.$$

■

4 Calculer une longueur dans un triangle rectangle avec le cosinus

4.1 Calculer le côté adjacent

Exemple

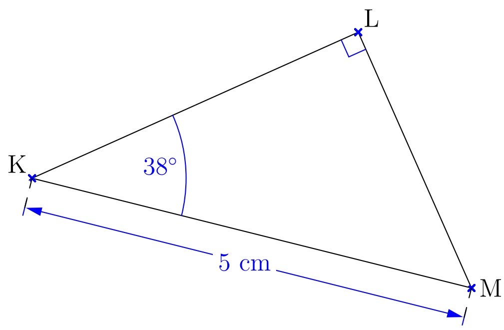
Soit KLM un triangle rectangle en X tel $\widehat{LKM} = 38°$ que $KM = 5\,\text{cm}$.

1. Représenter le triangle KLM.

2. Calculer la longueur KL. On donnera la valeur exacte et une valeur approchée au millième.

Réponse

1. Représentons le triangle KLM.



2. Dans le triangle KLM rectangle en L :
   $\cos(\widehat{LKM}) = \dfrac{\text{côté adjacent}}{\text{hypothénuse}} = \dfrac{\ldots}{\ldots}$.

   Sachant que $\widehat{LKM} = 38°$ que $KM = 5\,\text{cm}$, on obtient :
   $\cos(\ \ldots\ ) = \dfrac{\ldots}{\ldots}$.
   À l'aide d'un produit en croix, on obtient la valeur exacte recherchée :
   $KL = \ \ldots\ \times \cos(\ \ldots\ )$.

   La touche $\boxed{\text{cos}}$ de la calculatrice nous fournit une valeur approchée de $\cos(\ \ldots\ )$.
   $\cos(\ \ldots\ ) \approx \ \ldots$
   Donc : $KL \approx \ \ldots\ \times\ \ldots\ \approx\ \ldots$
   La longueur KL mesure environ ...

4.2 Calculer l'hypoténuse

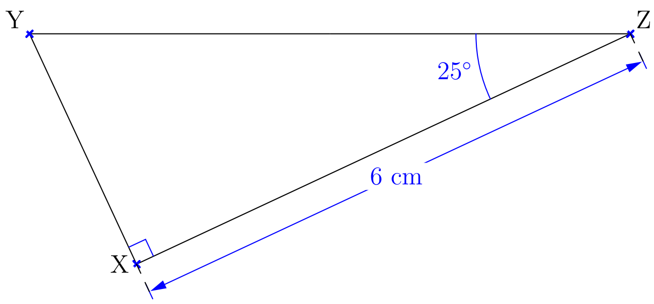
Exemple

Soit XYZ un triangle rectangle en L tel $\widehat{XZY} = 25°$ que $XZ = 6\,\text{km}$.

1. Représenter le triangle XYZ.
2. Calculer la longueur YZ. On donnera la valeur exacte et une valeur approchée au mètre prés.

Réponse

1. Représentons le triangle XYZ.



2. Dans le triangle XYZ rectangle en X, l'hypoténuse est le côté opposé à l'angle droit, soit $[\ \ldots\ ]$.

   $\cos(\widehat{XZY}) = \dfrac{\text{côté adjacent}}{\text{hypothénuse}} = \dfrac{\ldots}{\ldots}.$

   Sachant que $\widehat{XZY} = 25°$ que $XZ = 6\,\text{km}$, on obtient :

   $\cos(\ \ldots\ ) = \dfrac{\ldots}{YZ}.$

   Á l'aide d'un produit en croix, on obtient la valeur exacte recherchée :

   $YZ = \dfrac{\ldots}{\cos(\ \ldots\ )}.$

   La touche $\boxed{\text{cos}}$ de la calculatrice nous fournit une valeur approchée de $\cos(\ \ldots\ )$: $\cos(\ \ldots\ ) \approx \ \ldots\ .$

   Donc : $\ \ldots\ \approx \dfrac{\ldots}{\ldots} \approx \ \ldots\ .$

   Le mètre représente le millième du kilomètre.

   Arrondir au mètre une longueur exprimée en kilomètre revient à l'arrondir au millième.

   La longueur YZ mesure environ ... , arrondie au millième.

5 Calculer la mesure de l'angle

Exemple

Soit RST un triangle rectangle en R.
On donne $RS = 4\,\text{m}$ et $RS = 6\,\text{m}$.

1. Tracer le triangle RST. Coder la figure.

2. À l'aide de la calculatrice, déterminer une valeur approchée au dixième de l'angle $\widehat{RST}$.

Réponse

1. Voir ci-contre.

2. Dans le triangle RST rectangle en R :

   $\cos(\widehat{RST}) = \dfrac{\text{côté adjacent}}{\text{hypothénuse}} = \dfrac{\dots}{\dots}$.

   $\cos(\widehat{RST}) = \dfrac{\dots}{\dots} = \dots$

   Tapons cette suite de touche sur la calculatrice.

   `2nd` `cos` `0` `.` `8`

   Nous obtenons l'affichage suivant :

   `36.869897646`

   En conclusion, $\widehat{ABC} \approx \dots$ avec un arrondi au dixième de degré.