CHAPITRE 10

FRACTIONS

1 Placer un nombre sur une demi-droite graduée

Définition 62 (demi-droite graduée)

Une **demi-droite graduée** est une demi-droite sur laquelle on a choisi une unité de longueur que l'on reporte régulièrement à partir de son **origine**.
L'origine correspond au nombre zéro.

Définition 63 (repérage d'un point sur une demi-droite graduée)

Sur une demi-droite graduée, un point M est repéré par un nombre x appelé l'**abscisse** de ce point.
On note : $M(x)$.

Remarque

Pour graduer une demi-droite au dixième, on partage l'unité en dix segments.

Exemple

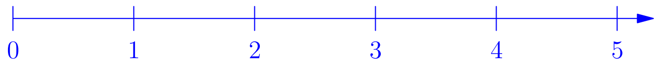
a. Placer sur une droite graduée le point A d'abscisse 4.

b. Placer sur une droite graduée le point B d'abscisse $3,5$.

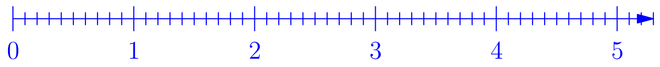
c. Placer sur une droite graduée les points $C(\frac{1}{4})$ et $D(\frac{7}{4})$.

Réponse

1. Si 4 est l'abscisse du point A on note : $A(4)$.

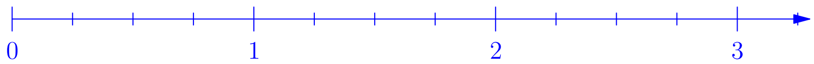


2. On représente ci-dessous le point B d'abscisse 3,5.



3. Ci-dessous, l'unité est divisée en quatre parties égales.
   L'abscisse du point C est donc $\frac{1}{4}$.

   Pour placer la fraction $\frac{7}{4}$, on peut reporter 7 fois le quart de l'unité.
   On place ainsi le point $D(\frac{7}{4})$.



2 Écriture fractionnaire et fraction

Définition 64 (écriture fractionnaire)

Soient a et b deux nombres avec $b \neq 0$.

Le nombre $\frac{a}{b}$ est l'**écriture fractionnaire** du résultat de la division de a par b.

Le nombre $\frac{a}{b}$ est donc le nombre qui, multiplié par b, donne a.

$$\frac{a}{b} \times b = a.$$

Le **numérateur** est a.
Le **dénominateur** est b.

Définition 65 (fraction)

Soient a et b deux nombres entiers avec $b \neq 0$.
Le nombre $\frac{a}{b}$ est une **fraction**.
En d'autres termes, on parle de fraction lorsque le numérateur et le dénominateurs sont des entiers.

Exemple

Pour chaque écriture fractionnaire, préciser s'il s'agit d'une fraction et indiquer le numérateur et le dénominateur.

a. $\dfrac{5}{8}$ b. $\dfrac{237}{1783}$ c. $\dfrac{4,5}{13,3}$

Réponse

a. Le numérateur de cette fraction est ... et le dénominateur est ...
Ce sont des entiers, donc le nombre $\dfrac{5}{8}$ ...

b. Le numérateur de cette fraction est ... et le dénominateur est ...
Ce sont des entiers, donc le nombre $\dfrac{237}{1783}$ ...

c. Le numérateur de cette fraction est ... et le dénominateur est ...
Ces deux nombres ne sont pas des entiers, donc le nombre $\dfrac{4,5}{5,3}$ ...

3 Fractions égales

Propriété 47 (multiplier le numérateur et la dénominateur par un même nombre)
On ne change pas la valeur d'une fraction si on multiplie son numérateur et son dénominateur par un même nombre entier non-nul.

Propriété 48 (simplifier une fraction)
On ne change pas la valeur d'une fraction si on divise son numérateur et son dénominateur par un même nombre entier non-nul. On **simplifie** ainsi la fraction.

Exemples

$\times 2$

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \times 2}{5 \times 2} = \frac{6}{10}$$

$\times 2$

Multiplier par un même nombre

$\div 3$

$$\frac{15}{21} = \frac{15 \div 3}{21 \div 3} = \frac{5}{7}$$

$\div 3$

Diviser par un même nombre

4 Prendre une fraction d'une quantité

Définition 66 (prendre une fraction d'une quantité)
Prendre une fraction d'une quantité, c'est multiplier cette quantité par la fraction.

Méthode
Pour prendre une fraction d'une quantité, on peut choisir entre trois façons d'effectuer le calcul nécéssaire.
En général, on choisit la façon la plus simple.

Exemple
Pour arroser un jardin, on utilise 7 huitièmes d'un tonneau de 80 L.
Pour calculer la quantité d'eau utilisée, on peut effectuer le calcul par 3 méthodes différentes.

Méthode	Calcul en ligne	Opérations posées	
(A)	$(\frac{7}{8}) \times 80 = 0{,}875 \times 80 = 70$	$\begin{array}{r\|l} 7 & 8 \\ -\underline{0} & 0.8\,7\,5 \\ 7\,0 & \\ -\underline{6\,4} & \\ 6\,0 & \\ -\underline{5\,6} & \\ 4\,0 & \\ -\underline{4\,0} & \\ 0 & \end{array}$	$\begin{array}{r} 0.8\,7\,5 \\ \times \quad 8\,0 \\ \hline 7\,0\,0\,0\,\cdot \\ \hline 7\,0.0\,0\,0 \end{array}$
(B)	$\frac{(7 \times 80)}{8} = \frac{560}{8} = 70$	$\begin{array}{r} 7 \\ \times \ 8\,0 \\ \hline 5\,6\,\cdot \\ \hline 5\,6\,0 \end{array}$	$\begin{array}{r\|l} 5\,6\,0 & 8 \\ -\underline{5\,6} & 7\,0 \\ 0\,0 & \\ -\underline{0} & \\ 0 & \end{array}$
(C)	$7 \times (\frac{80}{8}) = 7 \times 10 = 70$	$\begin{array}{r\|l} 8\,0 & 8 \\ -\underline{8} & 1\,0 \\ 0\,0 & \\ -\underline{0} & \\ 0 & \end{array}$	$\begin{array}{r} 1\,0 \\ \times \quad 7 \\ \hline 7\,0 \end{array}$

Dans cet exemple, les calculs sont plus simples avec la méthode ... .

5 Calculer des multiples et des diviseurs usuels

Notation (diviseurs usuels)

- Prendre la **moitié** d'une quantité, c'est la multiplier par $\frac{1}{2}$ ou la diviser par 2.
- Prendre le **tiers** d'une quantité, c'est la multiplier par $\frac{1}{3}$ ou la diviser par 3.
- Prendre le **quart** d'une quantité, c'est la multiplier par $\frac{1}{4}$ ou la diviser par 4.
- Prendre le **cinquième** d'une quantité, c'est la multiplier par $\frac{1}{5}$ ou la diviser par 5.

Notation (multiples usuels)

- Prendre le **double** d'une quantité, c'est la multiplier par 2.
- Prendre le **triple** d'une quantité, c'est la multiplier par 3.
- Prendre le **quadruple** d'une quantité, c'est la multiplier par 4.

Exemples

Calculer les quantités suivantes :

Le double de 7 :	$\ldots \times 7 = \ldots$
la moitié de 8 :	$\frac{\ldots}{\ldots} \times 8 = \frac{\ldots}{\ldots} = \ldots$
Le quart du triple de 12 :	$\frac{\ldots}{\ldots} \times (\ldots \times 12) = \frac{\ldots}{\ldots} \times \ldots = \frac{\ldots}{\ldots} = \ldots$
Le double du tiers de 15 :	$\ldots \times (\frac{\ldots}{\ldots} \times 15) = \ldots \times \ldots = \ldots$

6 Additionner des fractions de même dénominateur

Propriété 49 (additionner des fractions de même dénominateur)

Soient a, b et c trois nombres entiers avec $b \neq 0$.
Alors :

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}.$$

Exemple

Additionner les fractions suivantes et simplifier si possible la somme obtenue.

a. $\frac{1}{5}$ et $\frac{2}{5}$.

b. $\frac{3}{4}$ et $\frac{1}{4}$.

c. $\frac{1}{8}$ et $\frac{5}{8}$.

Réponse

a. $\frac{1}{5} + \frac{2}{5} = \frac{\dots + \dots}{5} = \frac{\dots}{5}$.

On ne peut pas simplifier la fraction obtenue.

b. $\frac{3}{4} + \frac{1}{4} = \frac{\dots + \dots}{4} = \frac{\dots}{4} = \dots$

c. $\frac{1}{8} + \frac{5}{8} = \frac{\dots + \dots}{8} = \frac{\dots}{8} = \frac{\dots \times \cancel{2}}{\dots \times \cancel{2}} = \frac{\dots}{\dots}$.