

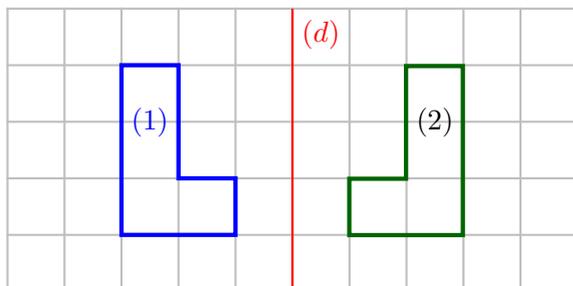
1 La symétrie axiale

Définition 76 (figures symétriques, axe de symétrie)

Deux **figures** sont **symétriques** par rapport à une droite (d) si elles se superposent par pliage le long de cette droite.

Cette droite est appelée l'**axe** de la **symétrie**.

Exemple



- Les figures (1) et (2) se superposent par pliage le long de la droite (d).
- Donc elles sont symétriques par rapport à la droite (d).
- La figure (2) est le symétrique de la figure (1) dans la symétrie d'axe (d).

2 Médiatrice d'un segment de droite

Définition 77 (médiatrice)

La **médiatrice** d'un segment de droite est la droite qui passe par le milieu du segment et qui lui est perpendiculaire.

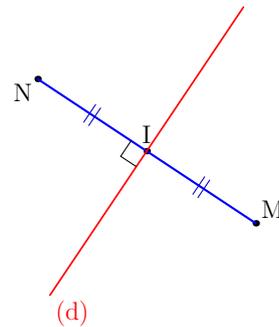
Exemple

- Tracer un segment $[MN]$.
- Placer le point I , milieu de segment $[MN]$.
- Tracer la droite (d) telle que $I \in (d)$ et $(d) \perp (MN)$.
- Coder la figure.
- Expliquer ce qu'est la droite (d) relativement au segment $[MN]$.

Réponse

La droite ... est perpendiculaire à la droite ... et elle passe par le milieu du segment ...

Donc, (d) est la médiatrice du segment ...

**Remarque**

La construction de la médiatrice d'un segment à l'aide d'une vidéo est expliquée clairement dans une animation de l'association Sesamath, disponible à l'adresse suivante.

https://instrumenpoche.sesamath.net/iep/figures_html/scr_iep_146.html

Propriété 63 (propriété de la médiatrice 1)

Si un point appartient à la médiatrice d'un segment, alors il est à égale distance de chacune des deux extrémités de ce segment.

Propriété 64 (propriété de la médiatrice 2)

Si un point est à égale distance de chacune des deux extrémités de d'un segment, alors il appartient à la médiatrice de ce segment.

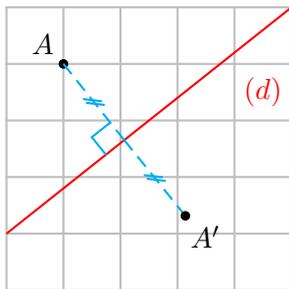
3 Propriétés de conservation de la symétrie axiale

3.1 Symétrique d'un point par rapport à une droite

Définition 78 (symétrique d'un point par rapport à une droite)

Le symétrique d'un point A par rapport à une droite (d) est le point A' tel que la droite (d) soit la médiatrice du segment $[AA']$.

Exemple



Ci-contre :

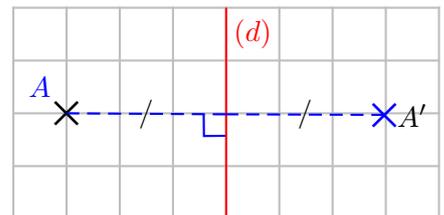
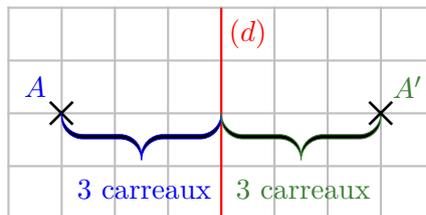
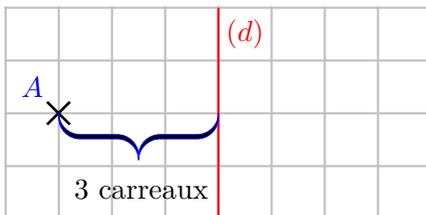
- La droite (d) est la médiatrice du segment ...
- Le point A' est le symétrique du point ... par rapport à la droite (d) .

Propriété 65 (symétrique d'un point par rapport à une droite)

Si $A \in (d)$ le symétrique du point A par la droite (d) est le point A lui-même.
 Si $A \notin (d)$, le symétrique du point A par la droite (d) n'appartient pas à la droite (d) .

Méthode

Pour construire le symétrique d'un point par rapport à une droite verticale, on peut utiliser un quadrillage.



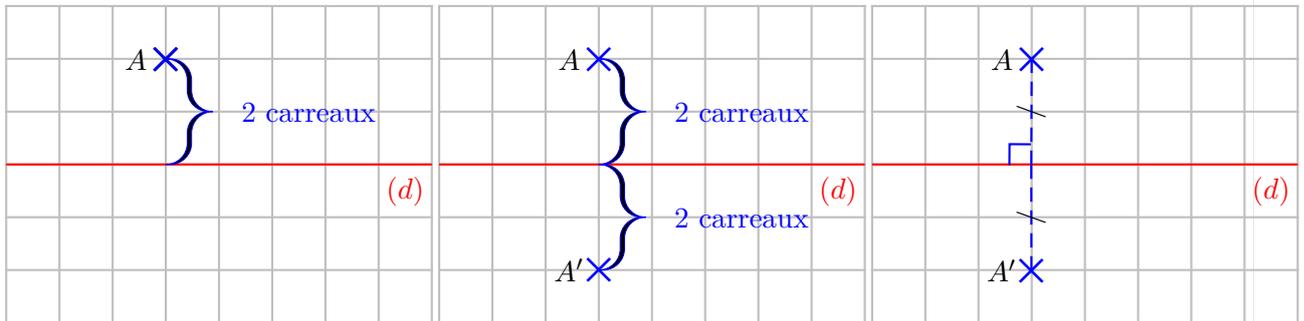
On compte le nombre de carreaux séparant horizontalement le point A de la droite (d) .

On compte autant de carreaux, symétriquement par rapport à la droite (d) .

A' est le symétrique de A par rapport à la droite (d) .

Méthode

Pour construire le symétrique d'un point par rapport à une droite horizontale, on peut utiliser également un quadrillage.



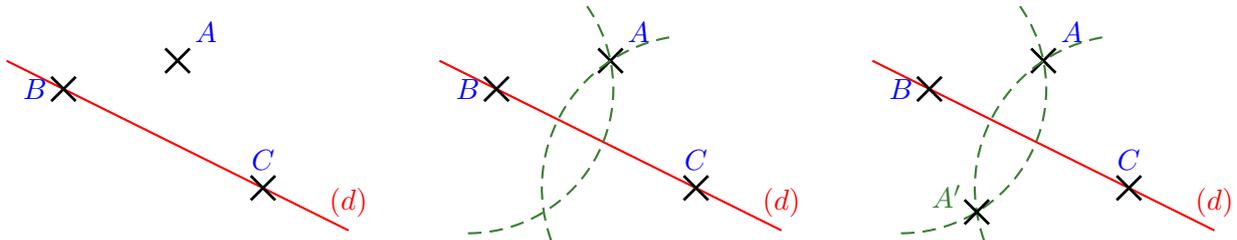
On compte le nombre de carreaux séparant verticalement le point A de la droite (d) .

On compte autant de carreaux, symétriquement par rapport à la droite (d) .

A' est le symétrique de A par rapport à la droite (d) .

Méthode

Pour construire le symétrique d'un point par rapport à une droite à l'aide du compas :



Placer deux points distincts B et C sur la droite (d) .

Tracer deux arcs de cercle de centres B et C passant par A .

Ces deux arcs de cercle se coupent au point A' , qui est le symétrique du point A par rapport à la droite (d) .

3.2 Symétrique d'un segment de droite par rapport à une droite**Propriété 66 (symétrique d'un segment de droite)**

Par une symétrie d'axe (d) ,

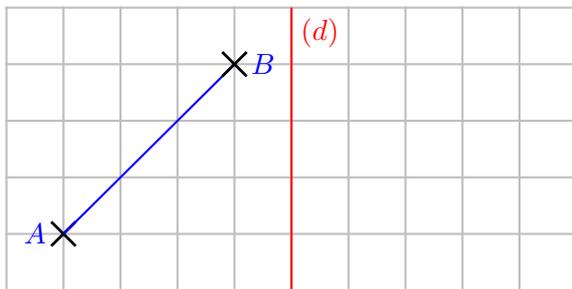
Le **symétrique d'un segment de droite** est un segment de même longueur.

Méthode

Pour tracer le symétrique d'un segment AB par rapport à une droite (d) :

1. Tracer A' le symétrique de A par rapport à (d) .
2. Tracer B' le symétrique de B par rapport à (d) .
3. Tracer le segment $[A'B']$.

Le segment $[A'B']$ est le symétrique du segment $[AB]$ par rapport à la droite (d) .

Exemple

1. Tracer $[A'B']$ le symétrique de $[AB]$ par rapport à (d) .
2. Comparer AB et $A'B'$.

Réponse

1. Sur le schéma.
2. Les longueurs AB et $A'B'$ sont ...

3.3 Symétrique d'une demi-droite par rapport à une droite**Propriété 67 (symétrique d'une demi-droite)**

Par une symétrie d'axe (d) ,

Le **symétrique d'une demi-droite** est une demi-droite.

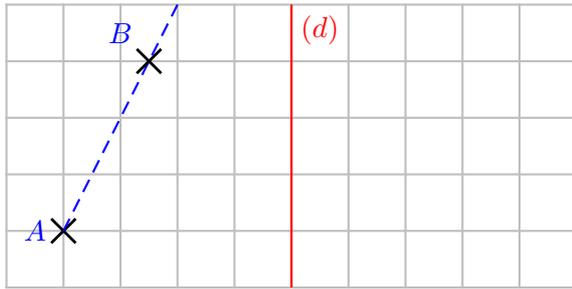
Méthode

Pour tracer le symétrique d'une demi-droite d'origine A par rapport à une droite (d) :

1. Choisir un point B sur la demi-droite.
2. Tracer A' le symétrique de A par rapport à (d) .
3. Tracer B' le symétrique de B par rapport à (d) .
4. Tracer la demi-droite $[A'B')$.

La demi-droite $[A'B')$ est le symétrique de la demi-droite $[AB)$ par rapport à la droite (d) .

Exemple



Ci-contre :

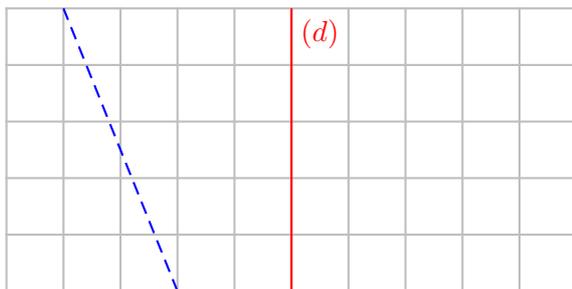
- Tracer le symétrique de la demi-droite d'origine A , représentée en pointillés, par rapport à la droite (d) .

3.4 Symétrique d'une droite par rapport à une droite

Propriété 68 (symétrique d'une droite)

Par une symétrie d'axe (d) , le **symétrique d'une droite** est une droite.

Exemple



Ci-contre :

- Tracer le symétrique de la droite d'origine représentée en pointillés par rapport à la droite (d) .

3.5 Symétrique d'un angle par rapport à une droite

Propriété 69 (symétrique d'un angle)

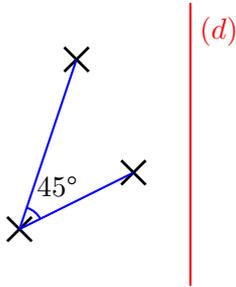
Par une symétrie d'axe (d) , le **symétrique d'un angle** est un angle de même mesure.

Méthode

Pour tracer le symétrique d'un angle \widehat{AOB} par rapport à une droite (d) :

1. Tracer O' le symétrique de O par rapport à (d) .
2. Tracer A' le symétrique de A par rapport à (d) .

3. Tracer B' le symétrique de B par rapport à (d) .
4. Tracer l'angle $\widehat{A'O'B'}$ qui est le symétrique de l'angle \widehat{AOB} par rapport à la droite (d) .

Exemple

Ci-contre :

- Tracer le symétrique de l'angle de 45° degrés par rapport à la droite (d) .

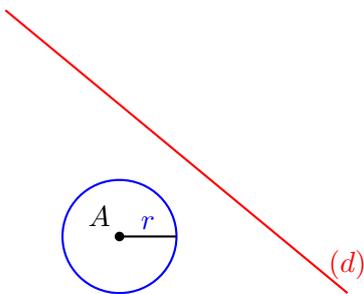
3.6 Symétrique d'un cercle par rapport à une droite**Méthode**

Pour tracer le symétrique d'un cercle de centre O et de rayon r par rapport à une droite (d) :

1. Tracer O' le symétrique de O par rapport à (d) .
2. Tracer le cercle de centre O' et de rayon r , qui est le symétrique du cercle de centre O et de rayon r par rapport à la droite (d) .

Propriété 70 (Symétrique d'un cercle par rapport à une droite)

Le **symétrique d'un cercle** par rapport à une droite (d) est un cercle de même rayon.

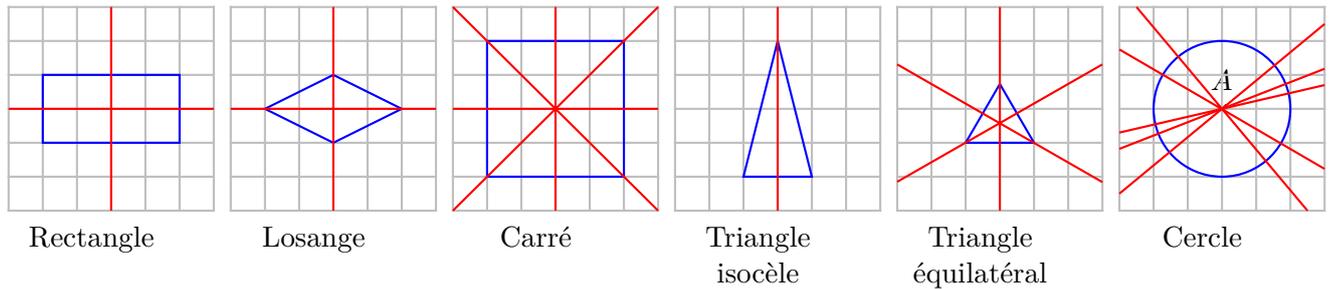
Exemple

Ci-contre :

- Tracer le symétrique du cercle \mathcal{C} , de centre A et de rayon r , par rapport à la droite (d) .

4 Axes de symétrie des figures usuelles

Examinons les axes de symétrie des figures usuelles.



Propriété 71 (axes de symétrie des figures usuelles)

Un rectangle possède 2 axes de symétrie : les médiatrices de ses côtés.

Un losange possède 2 axes de symétrie : ses diagonales.

Un carré possède 4 axes de symétrie : les médiatrices de ses côtés et ses diagonales.

Un triangle isocèle possède 1 axe de symétrie : la médiatrice de sa base.

Un triangle équilatéral possède 3 axes de symétrie : les médiatrices de ses trois côtés.

Un cercle possède une infinité d'axes de symétrie : tous ses diamètres.

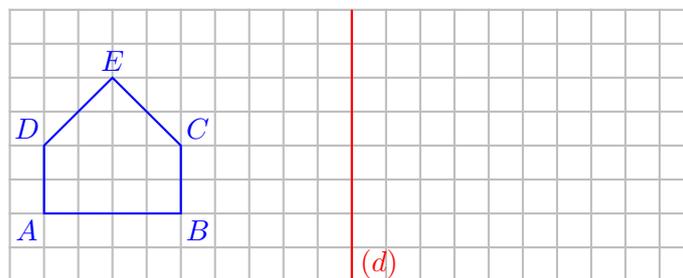
5 Application : symétrie axiale d'une figure composée

Méthode

Pour tracer le symétrique par rapport à une droite (d) , d'une figure composée de figures usuelles, on trace le symétrique de chacune des figures usuelles qui la compose.

Exemple

Déterminons l'image de la figure $ABCDE$ par la symétrie d'axe (d) .



Réponse

La figure $ABCDE$ est composée du rectangle $ABCD$ et du triangle CDE .

Le symétrique de cette figure par la droite (d) est la figure $A'B'C'D'E'$ telle que :

- $A'B'C'D'$ est le symétrique du rectangle $ABCD$ par la droite (d) ;
- $C'D'E'$ est le symétrique du triangle CDE par la droite (d) .

6 Propriétés de la symétrie axiale

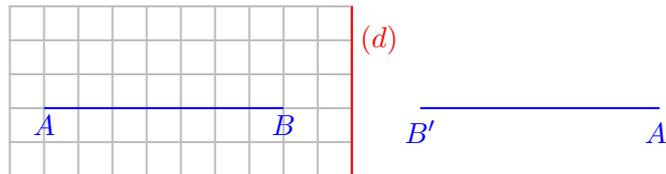
Propriété 72 (conservation des longueurs, angles et aires par la symétrie axiale)

La symétrie axiale conserve les longueurs, les angles et les aires.

Exemple

Sur la partie gauche de la figure, le quadrillage est composé de carrés de côté 1 m. Le segment $[A'B']$ est l'image du segment $[AB]$ par la symétrie d'axe (d) .

Déterminer la longueur du segment $[A'B']$ sans la mesurer directement.



Réponse

Grâce au quadrillage, par comptage, on observe que $AB = 7$ m.

Déterminons la longueur $A'B'$ grâce à un chaînon déductif.

Je sais que :	Propriété :	Conclusion :
$AB = 7$ m [$A'B'$] est l'image de [AB] par la symétrie d'axe (d)	...	$A'B' = \dots$

La longueur $A'B'$ mesure ...