

CHAPITRE 15

ESPACE ET VOLUME

1 Les solides usuels

Définition 79 (solide)

Un **solide** est une figure géométrique à trois dimensions.

Définition 80 (polyèdre, face, sommet, arête)

Un **polyèdre** est un solide composé de polygones.

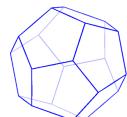
Chaque polygone est appelé une **face**.

Les **sommets** du solide sont les sommets des polygones.

Les **arêtes** du solide sont les côtés des polygones.

Exemple

Le solide ci-contre est composé de 12 faces qui sont toutes des polygones (plus précisément des pentagones). C'est donc un ...



Remarque

En sixième, nous rencontrons des solides qui ne sont pas tous des polyèdres :

Polyèdres	Autres solides
...	...
...	...
...	...
...	...

2 Les solides usuels

2.1 Le pavé droit

Définition 81 (pavé droit)

Un **pavé droit**, encore appelé **parallélépipède rectangle**, est un polyèdre qui possède six faces rectangulaires.

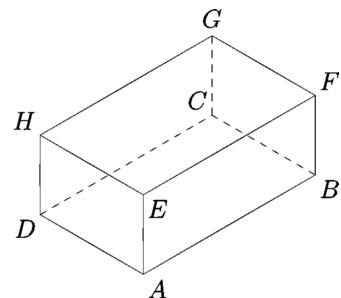
Exemple

Le solide ci-contre est composé de 6 rectangles : $ABCD$, $EFGH$, $BCGF$, $ADHE$, $ABFE$ et $DCGH$.

C'est donc un ...

AB est l'une des droites ...

C est l'un des huit ...



Définition 82 (patron)

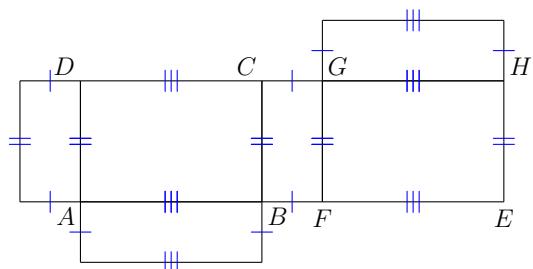
Un **patron** est une figure plane qui permet de reconstituer ce solide par pliage.

Exemple

Un pavé droit possède plusieurs patrons différents.

Ci-contre, l'un des patrons du pavé droit $ABCDEFGH$:

- de longueur AB ;
- de largeur BC ;
- de hauteur BF .



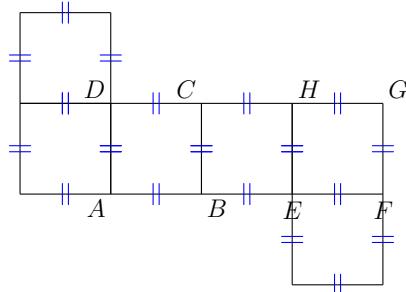
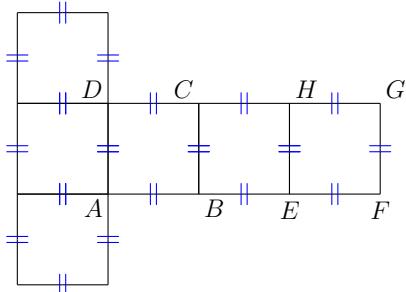
2.2 Le cube

Définition 83 (cube)

Un **cube** est un pavé droit dont les six faces sont des carrés.

Exemple

Ci-dessous on donne deux patrons possibles d'un même cube $ABCDEFGH$:



3 Volume

Définition 84 (volume)

Le **volume** d'un solide est la mesure de l'espace occupé par ce solide.

Définition 85 (mètre cube)

Les unités de volume suivantes sont fréquemment utilisées :

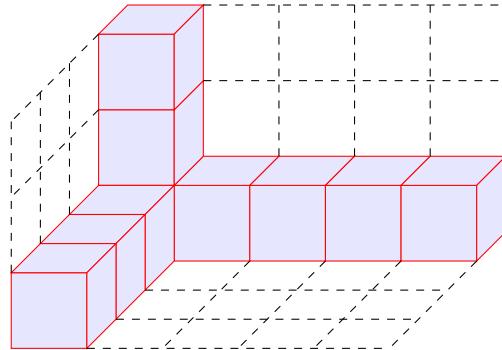
- le **mètre cube**, de symbole m^3 , est le volume d'un cube dont l'arête mesure 1 m ;
- le **décimètre cube**, de symbole dm^3 , est le volume d'un cube dont l'arête mesure 1 dm ;
- le **centimètre cube**, de symbole cm^3 , est le volume d'un cube dont l'arête mesure 1 cm ;
- le **millimètre cube**, de symbole mm^3 , est le volume d'un cube dont l'arête mesure 1 mm.

4 Déterminer le volume d'un pavé droit

4.1 Par dénombrement

Propriété 73 (volume d'un pavé droit - dénombrement)

Le volume d'un pavé droit est égal au nombre de cubes de 1 unité de volume qui le remplissent totalement.



Remarque

Calculons le nombre de petits cubes d'une unité de volume qui composent le pavé représenté ci-dessus.

$$\dots \times \dots \times \dots = \dots \times \dots = \dots$$

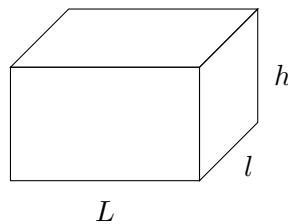
Le volume de ce pavé mesure ... unités de volume.

4.2 À l'aide d'une formule

Définition 86 (volume d'un pavé droit - formule)

Le volume V d'un pavé droit de longueur L , de largeur l et de hauteur h est :

$$V = L \times l \times h.$$



Exemple

1. Calculer en cm^3 le volume d'un pavé droit de longueur $L = 7\text{ cm}$, de largeur $l = 4\text{ cm}$ et de hauteur $h = 2\text{ cm}$.
2. Calculer en m^3 le volume d'un pavé droit de longueur $L = 150\text{ cm}$, de largeur $l = 40\text{ dm}$ et de hauteur $h = 0,6\text{ dam}$.

Réponse

1. La longueur, la largeur et la hauteur sont exprimées en cm.

Je calcule le volume en cm^3 .

$$V = L \times L \times l = \dots \times \dots \times \dots = \dots \times \dots = \dots$$

Le volume du pavé droit mesure ...

2. Pour calculer le volume du pavé droit en m^3 , il faut exprimer les dimensions du solide en m.
Je convertis les dimensions du solide.

– Longueur : $L = 150\text{ cm} = \dots$

– Largeur : $l = 40\text{ dm} = \dots$

– Hauteur : $L = 0,6\text{ dam} = \dots$

Je calcule le volume.

$$V = L \times L \times l = \dots \times \dots \times \dots = \dots \times \dots = \dots$$

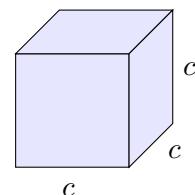
Le volume du pavé droit mesure ...

5 Déterminer le volume d'un cube

Définition 87 (volume d'un cube)

Le volume V d'un cube de côté c est donné par la formule :

$$V = c \times c \times c.$$

**Exemple**

1. Calculer le volume V d'un cube dont le côté c mesure $c = 15\text{ dm}$.
2. On remplit un récipient d'eau, à ras bord.

On plonge ensuite dans ce récipient rempli un cube d'acier de côté $c = 3\text{ cm}$.

Calculer le volume d'eau qui va déborder du récipient.

Réponse

1. Je calcule le volume du cube.

$$V = c \times c \times c = \dots \times \dots \times \dots = \dots \times \dots = \dots$$

Le volume du cube mesure ...

2. Le cube en acier sera complètement immergé dans le récipient.

Le volume d'eau qui va déborder sera donc égal au volume du cube.

Je calcule le volume du cube.

$$V = c \times c \times c = \dots \times \dots \times \dots = \dots \times \dots = \dots$$

Le volume du cube mesure ...

Le volume de l'eau qui va déborder mesure donc ...

6 Contenance et volume

Définition 88 (contenance, capacité)

La **contenance** ou **capacité** d'un récipient correspond à la quantité de matière qu'il peut contenir.

Définition 89 (litre)

1 **litre** (L) représente la contenance d'un cube dont l'arête mesure 1 dm.

$$1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3.$$

$$1\,000 \text{ L} = 1 \text{ m}^3.$$

$$1 \text{ mL} = 1 \text{ cm}^3.$$

Définition 90 (multiples et sous-multiples usuels du litre)

Les multiples et sous-multiples usuels du litre sont :

- l'hectolitre, de symbole hL. $1 \text{ hL} = 100 \text{ L}$;
- le décalitre, de symbole daL. $1 \text{ daL} = 10 \text{ L}$;
- le décilitre, de symbole dL. $1 \text{ dL} = 0,1 \text{ L}$;
- le centilitre, de symbole cL. $1 \text{ cL} = 0,01 \text{ L}$;
- le millilitre, de symbole mL. $1 \text{ mL} = 0,001 \text{ L}$.

Exemple

À l'aide d'un tableau de conversion, convertissez :

- 17,3 litres en hectolitres.
- 520 millilitres en litres.
- 4,1 litres en centilitres.
- 3,4 hectolitres en litres.

Recopier et compléter le tableau ci-dessous afin de réaliser les conversions de contenance indiquées.

Réponse

hL	daL	L	dL	cL	mL

- $17,3 \text{ L} = \dots \text{ hL}$.
- $520 \text{ mL} = \dots \text{ L}$.
- $4,1 \text{ L} = \dots \text{ cL}$.
- $3,4 \text{ hL} = \dots \text{ L}$.

Exemple

- On remplit d'eau une baignoire ayant la forme d'un pavé droit de dimensions $L = 1,75 \text{ m}$, $l = 80 \text{ cm}$ et $h = 0,7 \text{ m}$.
 - Calculer le volume V de la baignoire, en dm^3 .
 - Calculer la quantité d'eau utilisée, en L .
- a) Calculer le volume V' d'un dé cubique c de côté $c' = 4 \text{ cm}$.
- b) Calculer en mL la quantité d'eau utilisée pour remplir ce volume.
- Calculer la quantité d'eau nécessaire pour remplir un silo cubique de côté $2,3 \text{ m}$.

Réponse

- a) Pour calculer le volume V de la baignoire en dm^3 , je convertis d'abord ses dimensions en dm .

$$L = 1,75 \text{ m} = \dots$$

$$l = 80 \text{ cm} = \dots$$

$$h = 0,7 \text{ m} = \dots$$

$$V = L \times l \times h = \dots \times \dots \times \dots = \dots \times \dots = \dots$$

Le volume de la baignoire mesure ...

b) $1 \text{ dm}^3 = \dots$

La quantité d'eau utilisée est donc ...

2. a) Je calcule le volume du dé cubique de côté $c' = 4 \text{ cm}$.

$$V' = c \times c \times c = \dots \times \dots \times \dots = \dots \times \dots = \dots$$

Le volume du cube mesure ...

b) $1 \text{ cm}^3 = 1 \text{ mL}$.

La quantité d'eau utilisée est donc ...

3. Je calcule le volume du silo en m^3 .

$$V = c \times c \times c = \dots \times \dots \times \dots = \dots \times \dots = \dots$$

Le volume du silo mesure ...

$1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ L}$.

$$12,167 \text{ m}^3 = \dots \times 12,167 \text{ L} = \dots$$

il faut ... d'eau pour remplir le silo.