

CHAPITRE 17

APPLICATIONS DE LA PROPORTIONNALITÉ

1 Appliquer un pourcentage

Définition 91 (pourcentage)

Un **pourcentage** correspond à une situation de proportionnalité.
C'est une proportion par rapport à 100.
On note un pourcentage avec le symbole %.

Exemple

Dans un collège, 75 % des élèves se rendent au collège en bus.
Cela signifie que sur 100 élèves, ... viennent en bus.

Définition 92 (prendre un pourcentage d'une quantité)

Prendre un pourcentage % d'une quantité, c'est multiplier cette quantité par $\frac{p}{100}$.

Propriété 74 (lien entre pourcentages et fractions usuelles)

Prendre 10 % d'un nombre, c'est prendre le dixième de ce nombre.
Prendre 25 % d'un nombre, c'est prendre le quart de ce nombre.
Prendre 50 % d'un nombre, c'est prendre la moitié de ce nombre.
Prendre 75 % d'un nombre, c'est prendre les trois quarts de ce nombre.

Exemple

- Aline achète un livre qui coûte 10 % des 73 € que contient son portefeuille.
Combien coûte le livre ?
- Lors d'une randonnée, Béatrice boit 75 % de sa gourde qui contient au départ 1,6 L d'eau.
Quelle quantité d'eau a-t-elle bu ?
- Dans un collège 25 % de 780 élèves étudient l'espagnol.
Combien d'élèves étudient l'espagnol ?
- Pour confectionner un gâteau, Denis a utilisé 50 % d'un paquet de 750 g de farine.
Quelle quantité de farine a-t-il utilisé ?

Réponse

- Je calcule 10 % de 73.

$$\frac{10}{100} \times 73 = 73 \div 10 = 7,3$$

Le livre coûte 7,30 €.

- Je calcule 75 % de 1,6.

$$\frac{75}{100} \times 1,6 = \frac{75 \times 1,6}{100} = \frac{120}{100} = 1,2$$

Béatrice a bu 1,2 L d'eau.

- Je calcule 25 % de 780.

$$\frac{25}{100} \times 780 = 780 \div 4 = 195$$

Dans ce collège, 195 élèves étudient l'espagnol.

- Je calcule 50 % de 750.

$$\frac{50}{100} \times 750 = 750 \div 2 = 375$$

Denis a utilisé 375 g de farine.

Exemple

- 60 % du corps d'une personne de 70 kg est constitué d'eau. Calculer la masse de cette eau, en kg.
- Un professeur ramasse les cahiers de 20 % des élèves d'une classe de 30 élèves.
Combien de cahiers le professeur a-t-il ramassés ?
- Un commerçant accorde 35 % de réduction sur un pull coûtant 70 euros.
 - Quel est le montant de la réduction ?
 - Quel est le prix du pull après réduction ?

Réponse

1. 60% du corps d'une personne de 70 kg est constitué d'eau.

$$\frac{\dots}{\dots} \times \dots = \dots$$

Le corps de cette personne contient ... kg d'eau.

2. Un professeur ramasse les cahiers de 20% des élèves d'une classe de 30 élèves.

$$\frac{\dots}{\dots} \times \dots = \dots$$

Le professeur ramasse les cahiers de ... élèves.

3. Un commerçant accorde 35% de réduction sur un pull coûtant 70 euros.

$$\frac{\dots}{\dots} \times \dots = \dots \text{ €.}$$

Le commerçant effectue une réduction d'un montant de ...

Le prix du pull après réduction est de $70 - \dots = \dots \text{ €.}$

2 Agrandir ou réduire une figure**Définition 93 (échelle d'une carte ou d'un plan)**

On appelle **échelle** d'une carte ou d'un plan le coefficient de proportionnalité entre les distances sur la carte et les distances réelles.

$$\text{échelle} = \frac{\text{distance sur la carte}}{\text{distance réelle}}.$$

et donc :

$$\text{distance sur la carte} = \text{distance réelle} \times \text{échelle}.$$

Propriété 75 (réduction d'une figure)

Pour réduire une figure, on multiplie les dimensions de toutes les longueurs de la figure par un nombre compris entre 0 et 1.

Exemple

On veut réaliser un plan d'une maison à l'échelle $\frac{1}{100}$.

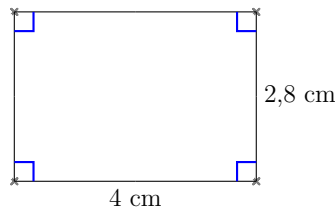
Dans cette maison, une chambre a la forme d'un rectangle de longueur $L = 4 \text{ m}$ et de largeur $l = 2,8 \text{ m}$.

1. Faut-il faire ici un agrandissement ou une réduction ?

- Par quel nombre faut-il multiplier les dimensions réelles de la chambre afin de calculer les dimensions sur le plan ?
- Calculer les dimensions de la chambre sur le plan et en faire un dessin.

Réponse

- Il s'agit de faire ...
- $\frac{1}{100} = \dots$
Il faut multiplier les dimensions réelles de la chambre par ... pour calculer les dimensions de la chambre sur le plan.
- Je calcule la longueur de la chambre sur le plan :
 $\dots \times 4 \text{ m} = \dots \text{ m} = \dots \text{ cm}$
Je calcule la largeur de la chambre sur le plan :
 $0,01 \times \dots \text{ m} = \dots \text{ m} = \dots \text{ cm}$.



Propriété 76 (agrandissement d'une figure)

Les dimensions d'une figure obtenue par agrandissement ou par réduction d'une figure sont proportionnelles à celles de la figure initiale.

Exemple

Sur un quadrillage, KLM est un triangle rectangle en L avec $KL = 4$ carreaux et $KM = 2$ carreaux.

On veut agrandir ce triangle d'un facteur $\frac{3}{2}$ pour obtenir le triangle $K'L'M'$.

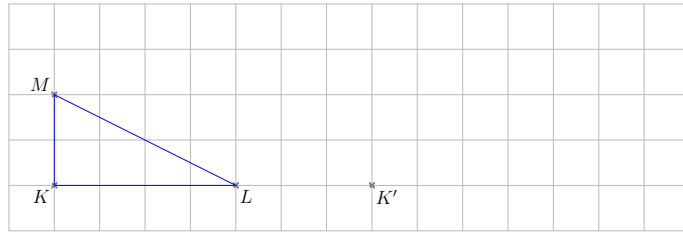
Calculer les longueurs $K'L'$ et $K'M'$ puis tracer les deux triangles.

Réponse

Je calcule les longueurs $K'L'$ et $K'M'$.

$$K'L' = \frac{\dots}{\dots} \times \dots = \dots \text{ carreaux.}$$

$$K'M' = \frac{\dots}{\dots} \times \dots = \dots \text{ carreaux.}$$



3 Diagrammes circulaires

Définition 94 (diagramme circulaire)

Un diagramme circulaire est une représentation graphique de données sur un disque découpé en différents secteurs.

Propriété 77 (proportionnalité des angles dans un diagramme circulaire)

Dans un diagramme circulaire, les mesures des angles sont proportionnelles aux nombres qu'ils représentent.

Exemple

Composition du sénat des États-Unis après les élections du 4 novembre 2008

Le sénat des États-Unis est composé de 100 membres.

Après les élections du 4 novembre 2008, la composition du sénat était la suivante :

Groupe	Nombre de sénateurs
Parti démocrate	57
Parti républicain	43

Représenter ces données par un diagramme circulaire.

Réponse

L'angle en degré de chaque secteur du diagramme circulaire est proportionnel au nombre de sénateurs.

Le total de 100 sénateurs correspond à l'ensemble du disque, soit 360° .

Le coefficient de proportionnalité est donc : $\frac{\dots}{\dots} = \dots$

On peut ainsi calculer :

- L'angle du secteur correspondant au 57 sénateurs démocrates : $57 \times \dots \approx \dots$
- L'angle du secteur correspondant au 43 sénateurs républicains : $43 \times \dots \approx \dots$

Ces résultats peuvent être regroupés dans un tableau de proportionnalité :

Nombre de sénateurs	57	43	100
Angle du secteur (en degrés)	$\approx \dots$	$\approx \dots$	360

Voici le diagramme circulaire correspondant.

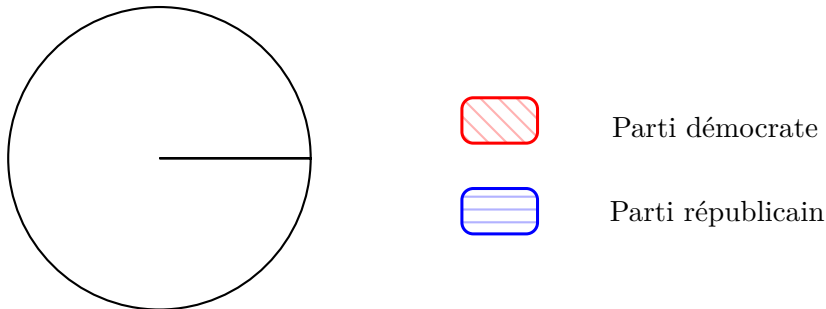


Figure 17.1 – *Composition du sénat des États-Unis (élection de novembre 2008)*