CHAPITRE 18

# COSINUS D'UN ANGLE AIGU

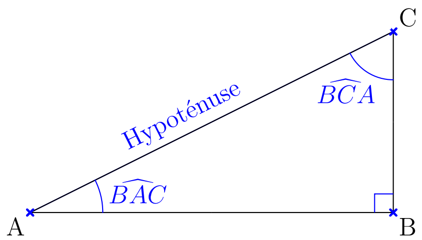
## 1 Côté adjacent à un angle

**Définition 71 (côté adjacent)**

Dans un triangle rectangle, le **côté adjacent** à un angle aigu est le côté qui relie le sommet de cet angle et le sommet de l'angle droit.

**Exercice 18.1**

Dans le triangle $ABC$, nommer les deux angles aigus et leurs côtés adjacents.




**Réponse**

| | Angle aigu | côté adjacent |
|---|---|---|
| Notation de l'angle | ... | ... |
| Valeur en degrés | ... | ... |

**Remarque (propriété de l'hypoténuse)**

Dans un triangle rectangle, l'hypoténuse n'est jamais le côté adjacent d'un des angles aigus.

**Propriété 75 (somme des angles d'un triangle rectangle)**
La somme des angles aigus d'un triangle rectangle est égale à 90°.

**Exercice 18.2**
Dans le triangle $ABC$ ci-dessus, on donne $\widehat{BAC} = 27°$. Déterminez $\widehat{ACB}$.

**Réponse**
$\widehat{ACB} = 90 - \ \ldots \ = 90 - \ \ldots \ = \ \ldots$
L'angle ... mesure ...

## 2 Cosinus d'un angle aigu dans un triangle rectangle

**Propriété 76 (cosinus d'un angle aigu)**
Dans un triangle rectangle, le cosinus d'un angle aigu est le quotient de la longueur du côté adjacent par la longueur de l'hypoténuse.

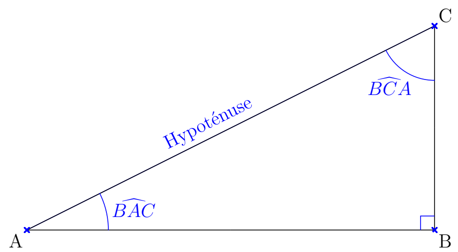
$$\cos(\text{angle aigu}) = \frac{\text{longueur du côté adjacent à cet angle}}{\text{longueur de l'hypothénuse}}.$$

**Exercice 18.3**
Exprimez le cosinus de chaque angle aigu dans un triangle $ABC$ rectangle en $B$.

**Réponse**

$$\cos(\widehat{BAC}) = \frac{\text{longueur du côté adjacent à } \widehat{BAC}}{\text{longueur de l'hypothénuse}} = \frac{\ldots}{\ldots}$$

$$\cos(\widehat{ACB}) = \frac{\text{longueur du côté adjacent à } \widehat{ACB}}{\text{longueur de l'hypothénuse}} = \frac{\ldots}{\ldots}$$




## 3 Encadrement du cosinus d'un angle aigu

**Propriété 77 (encadrement du cosinus d'un angle aigu)**
Soit $\alpha$ un angle aigu.

$$0 \leq \cos(\alpha) \leq 1.$$

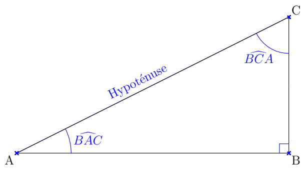
**Démonstration**

1. Montrons que $0 \leq \cos(\alpha)$.

   Soit $ABC$ un triangle rectangle en $B$.

   L'angle $\widehat{BAC}$ est alors un angle aigu.

   Posons $\widehat{BAC} = \alpha$.

   Par construction $AB \geq 0$ et $AC \ldots 0$.

   Le quotient de deux nombres de même signe est $\ldots$ donc $\dfrac{AB}{AC} \ldots 0$.

   Par ailleurs $\cos(\alpha) = \dfrac{\text{côté adjacent}}{\text{hypothénuse}} = \dfrac{\ldots}{\ldots}$

   Donc $\cos(\alpha) \ldots 0$ et par suite $0 \ldots \cos(\alpha)$.

2. Montrons que $\cos(\alpha) \leq 1$.

   Dans un triangle rectangle, l'hypoténuse est toujours le plus grand côté.

   Donc $AB \leq AC$ et $\dfrac{AB}{AC} \ldots 1$.

   Par conséquent, $\cos(\alpha) \ldots 1$.

3. Conclusion.

   En réunissant les conclusions précédentes nous obtenons :

$$0 \leq \cos(\alpha) \leq 1.$$

# 4 Calculer une longueur dans un triangle rectangle avec le cosinus

## 4.1 Calculer le côté adjacent

**Exercice 18.4**

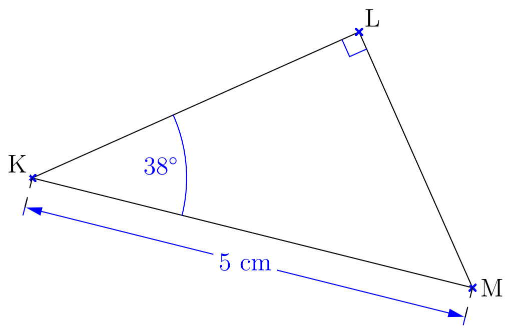
Soit $KLM$ un triangle rectangle en $L$ tel $\widehat{LKM} = 38°$ que $KM = 5\,\text{cm}$.

1. Représentez le triangle $KLM$.

2. Calculez la longueur $KL$. On donnera la valeur exacte et une valeur approchée au millième.

**Réponse**

1. Représentons le triangle $KLM$.




2. Dans le triangle $KLM$ rectangle en $L$ :
$\cos(\widehat{LKM}) = \dfrac{\text{côté adjacent}}{\text{hypothénuse}} = \dfrac{\ldots}{\ldots}$

Sachant que $\widehat{LKM} = 38°$ que $KM = 5\,\text{cm}$, on obtient :
$\cos(\ \ldots\ ) = \dfrac{\ldots}{\ldots}$
À l'aide d'un produit en croix, on obtient la valeur exacte recherchée :
$KL =\ \ldots\ \times \cos(\ \ldots\ )$.

La touche $\boxed{\text{cos}}$ de la calculatrice nous fournit une valeur approchée de $\cos(\ \ldots\ )$.
$\cos(\ \ldots\ ) \approx\ \ldots$
Donc : $KL \approx\ \ldots\ \times\ \ldots\ \approx\ \ldots$
La longueur $KL$ mesure environ $\ \ldots$

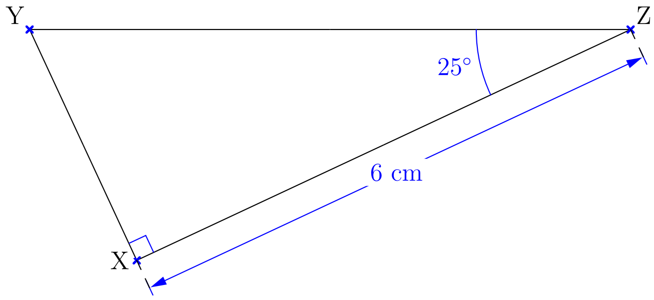
## 4.2 Calculer l'hypoténuse

**Exercice 18.5**
Soit $XYZ$ un triangle rectangle en $X$ tel $\widehat{XZY} = 25°$ que $XZ = 6\,\text{km}$.

1. Représentez le triangle $XYZ$.
2. Calculez la longueur $YZ$. On donnera la valeur exacte et une valeur approchée au mètre près.

**Réponse**

1. Représentons le triangle $XYZ$.




2. Dans le triangle $XYZ$ rectangle en $X$, l'hypoténuse est le côté opposé à l'angle droit, soit [ … ].
$\cos(\widehat{XZY}) = \dfrac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}} = \dfrac{\dots}{\dots}$

Sachant que $\widehat{XZY} = 25°$ que $XZ = 6\,\text{km}$, on obtient :
$\cos(\ \dots\ ) = \dfrac{\dots}{YZ}$.
Á l'aide d'un produit en croix, on obtient la valeur exacte recherchée :
$YZ = \dfrac{\dots}{\cos(\ \dots\ )}$

La touche $\boxed{\texttt{cos}}$ de la calculatrice nous fournit une valeur approchée de $\cos(\ \dots\ )$ : $\cos(\ \dots\ ) \approx$ $\dots$ .
Donc : $\dots \approx \dfrac{\dots}{\dots} \approx \dots$
Le mètre représente le millième du kilomètre.
Arrondir au mètre une longueur exprimée en kilomètre revient à l'arrondir au millième.
La longueur $YZ$ mesure environ $\dots$ , arrondie au millième.

## 5 Calculer la mesure de l'angle

### Exercice 18.6

Soit $RST$ un triangle rectangle en $R$.
On donne $RS = 4\,\text{m}$ et $RS = 6\,\text{m}$.

1. Tracez le triangle $RST$. Coder la figure.
2. À l'aide de la calculatrice, déterminez une valeur approchée au dixième de l'angle $\widehat{RST}$.

**Réponse**

1. Voir ci-contre.

2. Dans le triangle $RST$ rectangle en $R$ :

   $\cos(\widehat{RST}) = \dfrac{\text{côté adjacent}}{\text{hypothénuse}} = \dfrac{\dots}{\dots}$

   $\cos(\widehat{RST}) = \dfrac{\dots}{\dots} = \ \dots$

   Tapons cette suite de touches sur la calculatrice.

   `2nd` `cos` `0` `.` `8`

   Nous obtenons l'affichage suivant :

   `36.869897646`

   En conclusion, $\widehat{ABC} \approx \ \dots$ avec un arrondi au dixième de degré.