CHAPITRE 7

# INTRODUCTION AU CALCUL LITTÉRAL

## 1 Produire une expression littérale

**Exercice 7.1**
On considère les deux programmes de calcul suivants :

**Programme n° 1**

1. Choisir un nombre
2. Le multiplier par 6
3. Ajouter 2

**Programme n° 2**

1. Choisir un nombre
2. Ajouter 7
3. Multipler le réultat par 3

1. Pour le programme de calcul numéro un n° 1, calculez le résultat obtenu lorsque :
   a) Le nombre de départ est 2.
   b) Le nombre de départ est 7.
   c) Le nombre de départ est un nombre inconnu noté $x$.
2. Mêmes questions pour le programme de calcul numéro n° 2.

**Réponse**

1. Programme de calcul n° 1 :
   a) Pour 2, on obtient ...
   b) Pour 7, on obtient ...
   c) Pour $x$, on obtient ...
2. Programme de calcul n° 2 :
   a) Pour 2, on obtient ...
   b) Pour 7, on obtient ...
   c) Pour $x$, on obtient ...

**Définition 21 (expression littérale)**
Une **expression littérale** est une expression qui contient une ou plusieurs lettres, et où chaque lettre représente un nombre.

**Exercice 7.2**
Pour chaque expression proposée, complétez le tableau en indiquant :

- son rôle : calcule-t-on un périmètre, une aire ou un volume ? Toute autre chose ?
- la signification de chaque lettre dans l'expression.

**Réponse**

| Expression littérale | À quoi sert-elle ? | Signification de chaque lettre |
|---|---|---|
| $4 \times c$ | ... | ... |
| $2 \times (L + l)$ | ... | ... |
| $2 \times \pi \times r$ | ... | ... |
| $c \times c$ | ... | ... |
| $L \times l$ | ... | ... |
| $c \times c \times c$ | ... | ... |
| $L \times l \times h$ | ... | ... |

**Exercice 7.3**
Ci-dessous, distinguez les expressions numériques et les expressions littérales :

- L'expression $3 \times a + b$ est une expression ...
- L'expression $5 \times (10 - 3)$ est une expression ...
- L'expression $5 \times 2 + 8 \times 4 + x$ est une expression ...

## 2 Carrés et cubes

**Définition 22 (carré d'un nombre)**
On appelle **carré** du nombre $x$ le produit $x \times x$.
On note $x \times x = x^2$ et on lit « $x$ au carré » ou « $x$ puissance 2 ».

**Définition 23 (cube d'un nombre)**
On appelle **cube** du nombre $x$ le produit $x \times x \times x$.
On note $x \times x \times x = x^3$ et on lit « $x$ au cube » ou « "$x$ puissance 3 ».

**Notation (alléger les écritures)**

Le signe de la multiplication « $\times$ » disparaît ou est remplacé par un point dans les cas suivants :

- Entre deux lettres : $a \times b = ab$.
- Entre un nombre et une lettre : $5 \times x = 5x$.
- Entre un nombre (ou une lettre) et des parenthèses : $3 \times (2 + x) = 3(2 + x)$.

### Exercice 7.4

Allégez l'écriture de chaque expression :

| | |
|---|---|
| Périmètre d'un carré de côté $c$ : | $4 \times c = \ \dots$ |
| Périmètre d'un rectangle de dimensions $L$ et $l$ : | $2 \times (L + l) = \ \dots$ |
| Aire d'un cercle de rayon $r$ : | $\pi \times r \times r = \ \dots$ |
| Volume d'un cube de côté $c$ : | $c \times c \times c = \ \dots$ |

**Notation (quand conserver le signe « $\times$ »)**

Dans une expression, on conserve le signe « $\times$ » de la multiplication pour distinguer deux nombres ou pour séparer les opérateurs "$\times$" et "$-$".

### Remarques

1. On ne peut pas écrire 1070 en lieu et place de $10 \times 70$ !
2. Le produit de 4 par $(-5)$ ne s'écrit jamais « $4 \times -5$ » mais « $4 \times (-5)$ ».

### Exercice 7.5

Allégez les écritures suivantes :

1. $b \times a = \ \dots$
2. $c \times d \times b \times a = \ \dots$
3. $3 \times l \times 6 \times k = \ \dots$
4. $(x + 1) \times 3 \times x = \ \dots$

**Définition 24 (en fonction de $x$)**

Écrire un résultat **en fonction de** $x$, c'est l'écrire à l'aide d'une expression littérale avec $x$.

**Exercice 7.6**

Complétez les phrases suivantes :

a L'aire d'un carré ... de son côté $c$ est donnée par l'expression ... .

b L'aire d'un cercle ... de son rayon $r$ est donné par ...

c Le volume $V$ d'un cercle de côté $c$ est donné par $V = c^3$. Cette formule permet de calculer ... en fonction de ...

## 3 Distributivité simple

**Définition 25 (distributivité de la multiplication)**

Soient $a$, $b$, et $k$ trois nombres relatifs :

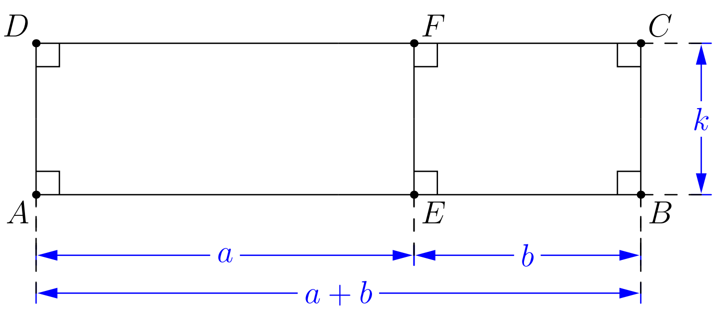
$$k \times (a + b) = k \times a + k \times b.$$

$$k \times (a - b) = k \times a - k \times b.$$

$k$ est ici le **facteur commun**.
On dit que la multiplication est **distributive** par rapport à l'addition.

**Démonstration**

Démontrons « géométriquement » la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition pour des nombres positifs ou nuls.
Dans la figure ci-dessous, $a$, $b$ et $c$ sont des longueurs, donc $a \geq 0$, $b \geq 0$ et $c \geq 0$.




Exprimons l'aire du rectangle $ABCD$ en fonction de ses dimensions $k$ et $(a + b)$ :
$\mathcal{A}_{ABCD} = k \times (a + b)$.

L'aire de $ABCD$ est aussi égale à la somme des aires des rectangles $AEFD$ et $EBCF$ :
$\mathcal{A}_{AEFD} = k \times a$.
$\mathcal{A}_{EBCF} = k \times b$ .
$\mathcal{A}_{ABCD} = \mathcal{A}_{AEFD} + \mathcal{A}_{EBCF} = k \times a + k \times b$.

On en déduit l'égalité :

$$k \times (a + b) = k \times a + k \times b.$$

Nous avons donc démontré, par une approche géométrique, cette égalité lorsque $k$, $a$ et $b$ sont des nombres positifs ou nuls. ∎

## 4 Réduire un produit

**Définition 26 (réduire un produit)**
**Réduire** un produit, c'est l'écrire avec le moins de facteurs possibles.

**Remarque**
Pour réduire un produit on peut permuter l'ordre des facteurs.

**Exercice 7.7**
Réduire les produits suivants :

1. $a \times b \times a = \ \dots$
2. $2 \times u \times 5 \times t = \ \dots$
3. $c \times c = \ \dots$
4. $c \times c \times c = \ \dots$
5. $b \times 5 \times a \times a \times b \times a = \ \dots$
6. $(x+1) \times (x+1) \times (x+1) = \ \dots$

## 5 Calculer la valeur d'une expression littérale

**Méthode**
Pour calculer la valeur d'une expression littérale, il faut donner une valeur à chaque lettre figurant dans l'expression.

**Exercice 7.8**
Calculez la valeur de chacune des expressions suivantes pour $x = +2$ et pour $x = -2$.

A $= 10x + 2$.

B $= 3 - 4x$.

C $= 10x^2 + x - 1$.

D $= x(x-1)(x-2)$.

**Réponse** Pour $X = 2$ :

A $= \ \dots$

B $= \ \dots$

C $= \ \dots$

D $= \ \dots$

Pour $X = -2$ :

$$\begin{aligned} \text{A} &= \ \ldots \\ \text{B} &= \ \ldots \\ \text{C} &= \ \ldots \\ \text{D} &= \ \ldots \end{aligned}$$

**Exercice 7.9**

Calculez la valeur de chacune des expressions suivantes pour $a = 10$ et $b = -1$ :

$$\text{E} = 5a^2 + 3ab + b^2.$$

$$\text{F} = (2a - 3b)(a + b).$$

**Réponse**

Pour $a = 10$ et $b = -1$ :

$$\text{E} = \ \ldots$$

$$\text{F} = \ \ldots$$

**Exercice 7.10**

Calculer l'aire $L$ d'un rectangle de longueur $t + 5$ et de largeur $t + 1$ pour $t = 4\,\text{cm}$.

**Réponse**

Pour $t = 4\,\text{cm}$ :

$L = \ \ldots$

L'aire du rectangle mesure $\ldots$