

1 Proportion et pourcentage (Rappels)

Définition 47 (proportion)

Le rapport entre une quantité et la quantité totale d'une grandeur définit une **proportion**.

Exercice 17.1

Pour chacune des phrases suivantes, déterminez une proportion et complétez les pointillés.

1. Un refuge abrite 70 animaux dont 28 chats. La proportion de chats du refuge est ... : ...
soit $\frac{\dots}{\dots}$.
2. Les trois quarts des habitants d'une ville habitent dans un appartement. La proportion des habitants de cette ville habitant un appartement est ... : ... soit $\frac{\dots}{\dots}$.
3. Parmi les 130 élèves de cinquième, 91 élèves font du ski. Les élèves de cinquième pratiquent le ski dans une proportion de ... : ... soit $\frac{\dots}{\dots}$.

Définition 48 (pourcentage)

Une proportion dont le dénominateur est 100 s'appelle un **pourcentage**.

Exercice 17.2

75 % des élèves se rendent au collège en bus.

Cela signifie que sur 100 élèves, 75 viennent en bus et :

- le pourcentage d'élèves qui viennent en bus est 75 % ;
- la proportion d'élèves en bus est $\frac{\dots}{\dots}$.

2 Appliquer un pourcentage (rappels)

Définition 49 (prendre un pourcentage d'une quantité)

Prendre un pourcentage p % d'une quantité, c'est multiplier cette quantité par $\frac{p}{100}$.

Exercice 17.3

1. 60 % du corps d'une personne de 70 kg est constitué d'eau. Calculez la masse de cette eau.
2. Un commerçant accorde 35 % de réduction sur un pull coûtant 80 €.
 - a) Quel est le montant de la réduction ?
 - b) Quel est le prix du pull après réduction ?

Réponse

1. Je calcule 60 % de 70 kg.

$$\frac{60}{100} \times 70 = \dots$$

Le corps de cette personne contient ... d'eau.

2. a) Je calcule 35 % de 80 €.

$$\frac{\dots}{\dots} \times \dots = \dots$$

Le commerçant effectue une réduction d'un montant de ...

- b) $80 - \dots = \dots$

Le prix du pull après réduction est de ... €.

3 Déterminer un pourcentage

Propriété 54 (calculer un pourcentage)

Calculer un pourcentage revient à déterminer une proportion dont le dénominateur est 100.

Exercice 17.4

Un yaourt de 125 g comporte 30 g de fruits.

Calculer le pourcentage de fruits dans ce yaourt à l'aide d'un tableau de proportionnalité.

Réponse

Masse de fruits en g	30	...
Masse totale en g	125	100

Je calcule le coefficient de proportionnalité : $\frac{30}{125} = \dots$

Je calcule la quantité de fruits dans 100 g de yaourt. $\dots \times 100 = \dots$

Dans 100 g de yaourt on trouve \dots g de fruits.

Le pourcentage de fruits dans un yaourt est donc \dots %.

Exercice 17.5

Sur 208 élèves de cinquième, 182 viennent au collège en bus.

Calculez le pourcentage d'élèves qui viennent en bus, à l'aide d'une fraction.

Réponse

Deux rédactions sont envisageables.

– *Première rédaction*

Je calcule le pourcentage d'élèves qui viennent en bus sous la forme d'une proportion de dénominateur 100.

$$\frac{\dots}{208} = 0,875 = \frac{\dots}{100}.$$

En d'autres termes, 87,5 % des élèves de cinquième viennent au collège en bus.

– *seconde rédaction*

$$\frac{182}{208} \times 100 = \dots \times 100 = \dots$$

On conclut également que \dots % des élèves de cinquième viennent au collège en bus.

4 Ratio**4.1 Notion de ratio****Définition 50 (ratio entre deux nombres)**

Deux nombres sont dans le **ratio** $a : b$ lorsque ces deux nombres sont proportionnels à a et à b .

Exercice 17.6

Un écran vidéo affiche une image avec une résolution de 5120 par 1440 pixels.

Cette image est-elle au ratio 32 : 9 ?

Réponse

Calculons si les nombre 5120 et 1440 sont respectivement proportionnels aux nombres 32 et 9 :

$$- 5120 \div 32 = \dots$$

$$- 1440 \div 9 = \dots$$

Les dimensions de l'image ... au ratio 32 : 9.

Définition 51 (ratio entre trois nombres)

Trois nombres sont dans le ratio $a : b : c$ lorsque ces trois nombres sont proportionnels à a , b et c .

Exercice 17.7

Sur le parking du collège, 810 élèves, 54 enseignants et 27 chauffeurs se préparent pour une sortie scolaire en bus.

1. Peut-on les répartir selon le ratio 30 : 2 : 1 ?
2. Combien de bus sont nécessaires ?

Réponse

1. Calculons si les nombre 810, 54 et 27 sont proportionnels aux nombres 30, 2 et 1 :

$$- 810 \div 30 = \dots$$

$$- 54 \div 2 = \dots$$

$$- 27 \div 1 = \dots$$

Les voyageurs ... dans le ration 30 : 2 : 1.

2. Il faut ... bus.

4.2 Exploiter un ratio entre trois grandeurs**Propriété 55 (ratio entre trois grandeurs)**

Si on partage une quantité en trois parties p_1 , p_2 et p_3 selon le ratio $a : b : c$, alors les parties sont proportionnelles aux nombres constituant le ratio :

$$\frac{p_1}{a} = \frac{p_2}{b} = \frac{p_3}{c} = \frac{p_1 + p_2 + p_3}{a + b + c}.$$

Exercice 17.8

On prépare un sac contenant des billes de trois couleurs différentes.

Chaque fois que l'on ajoute 4 billes bleues dans le sac, on ajoute 6 billes rouges et 7 billes vertes.

Dans quel ratio sont les billes bleues, rouges et vertes ?

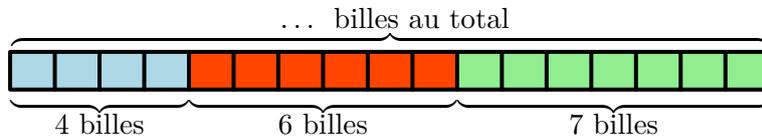
Proposer un schéma pour illustrer cette situation.

Réponse

Les billes bleues, rouges et vertes sont dans le ratio ...

$$4 + 6 + 7 = \dots$$

En respectant le ratio calculé, un lot de ... billes contiendra ... billes bleues, ... billes rouges et ... billes vertes.



Exercice 17.9

Pour préparer un cocktail de fruits, on a mélangé du jus d'orange, du jus de lychee et du jus de mangue dans le ratio 2 : 5 : 3.

On a utilisé 400 cl de jus d'orange.

Combien a-t-il fallu de jus de lychee ? De jus de mangue ? Quelle quantité de cocktail a-t-on mixé ? Complétez le tableau proposé et convertir la quantité de cocktail obtenue en litres.

Réponse

	Jus d'orange (cL)	Jus de lychee (cL)	Jus de mangue (cL)	Total cocktail (cL)
$\times b \dots$	400	c ...	d ...	e ...
	2	5	3	a ...

- Avec 2 cL de jus d'orange , 5 cL de jus de Lychee et 3 cL de jus de mangue, on obtient ce volume de cocktail : $2 + 5 + 3 = \dots$ cL.
- A partir des quantités de jus d'orange, je calcule le coefficient de proportionnalité du tableau : $\frac{\dots}{\dots} = \dots$
- Je calcule la quantité de jus de Lychee nécessaire : $5 \times \dots = \dots$ cL.
- Je calcule la quantité de jus de mangue nécessaire : $3 \times \dots = \dots$ cL.
- Je calcule la quantité de cocktail obtenue, soit en utilisant le coefficient de proportionnalité, soit par addition :
 - $(2 + 3 + 5) \times \dots = 10 \times \dots = \dots$ cL.
 - $\dots + \dots + \dots = \dots$ cL.
- Je convertis la quantité de cocktail en litres :

hL	daL	L	dL	cL	mL

On obtient donc ... L de cocktail.

4.3 Exploiter un ratio entre deux grandeurs

Propriété 56 (ratio entre deux grandeurs)

Si on partage une quantité en deux parties p_1 et p_2 selon le ratio $a : b$, alors les parties sont proportionnelles aux nombres constituant le ratio :

$$\frac{p_1}{a} = \frac{p_2}{b} = \frac{p_1 + p_2}{a + b}.$$

Remarque

- Une fraction permet de comparer une partie et une quantité totale.
- Un ratio permet de comparer deux quantités.

Exercice 17.10

On mélange 5 parts de peinture jaune pour 3 parts de peinture rouge.

1. Déterminer le ratio entre peinture jaune et peinture rouge dans le mélange.
2. Quelle quantité de peinture jaune et de peinture rouge faut-il pour réaliser 40 L de mélange ?

Réponse

1. La peinture jaune et la peinture rouge sont dans le ratio ... :
2. En additionnant 5 parts de peinture jaune et 3 parts de peinture rouge, on obtient ... parts.

Par obtenir 40 L de mélange :

- Peinture jaune : $\frac{\dots}{\dots} \times 40 = \dots$ Il faut donc ... L de peinture jaune.
- Peinture rouge : $\frac{\dots}{\dots} \times 40 = \dots$ Il faut donc ... L de peinture rouge.

On peut résumer la situation dans un tableau montrant la proportionnalité entre la quantité de peinture et la part dans le ratio :

	Peinture jaune	Peinture rouge	Total mélange
$\times \dots$	40 L

Représentons enfin la situation par un schéma :

