CHAPITRE 22

PROBABILITÉS

Définition 76 (expérience aléatoire, issue)
Une **expérience aléatoire** est une expérience telle que :

- on peut la décrire par un protocole ;
- on peut la répéter dans les mêmes conditions ;
- on peut déterminer à l'avance la liste des issues (ou résultats) ;
- on ne peut pas prévoir quelle sera l'issue de l'expérience au moment où on la réalise.

Un résultat "élémentaire" d'une expérience aléatoire est appelé **issue**.

Exercice 22.1

On lance plusieurs fois en l'air une pièce de monnaie. Après qu'elle soit retombée, on note le côté apparent : « pile » ou « face ».

S'agit-il d'une expérience aléatoire ?

Réponse

Vérifions si nous réunissons ici toutes les caractéristiques d'une expérience aléatoire :

- description par un protocole : dans l'énoncé, donc ...
- répétabilité : on peut lancer plusieurs fois cette pièce, dans les mêmes conditions, donc ...
- détermination à l'avance des résultats : les résultats possibles sont « pile » et « face », donc ...
- impossibilité de prévoir le résultat : on ne sait pas sur quel côté la pièce va retomber, donc donc ... .

Conclusion :
...

Définition 77 (événement)
Un **événement** est associé à un ensemble d'issues. On dit que ces issues réalisent l'événement.

- un **événement élémentaire** est réalisé par une seule issue ;
- un **événement impossible** n'est réalisé par aucune issue ;
- un **événement certain** est réalisé par toutes les issues.

Exercice 22.2
On réalise une expérience aléatoire consistant à lancer un dé cubique dont les faces sont numérotées de 1 à 6.

Complétez le tableau suivant puis recensez les événements élémentaires, certains ou impossibles.

Événement	Définition	Issues réalisant l'événement
A	Obtenir un nombre pair	...
B	Obtenir un nombre supérieur ou égal à 4	...
C	Obtenir le nombre 3	...
D	Obtenir le nombre 7	...
E	Obtenir un nombre inférieur à 9	...

On remarque trois événements particuliers.

- C est un événement ...
- D est un événement ...
- E est un événement ...

Définition 78 (probabilité)
La **probabilité** d'un événement est un nombre entre 0 et 1.

- Moins cet événement a de chances de se réaliser, plus sa probabilité est proche de 0.
- Plus cet événement a de chances de se réaliser, plus sa probabilité est proche de 1.

Définition 79 (expérience aléatoire équiprobable)
Une expérience aléatoire est **équiprobable** lorsque chaque événement élémentaire a la même probabilité de se réaliser.

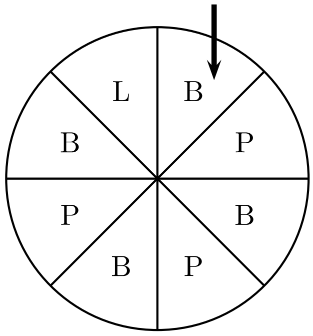
Propriété 77 (équiprobabilité)
Dans une expérience aléatoire équiprobable, la probabilité p d'un événement A est égale à :

$$p = \frac{\text{Nombre d'issues qui réalisent cet événement}}{\text{Nombre total d'issues}}.$$

Exercice 22.3

D'après un sujet de brevet, Polynésie, juin 2009
À un stand du « Heiva », on fait tourner la roue de loterie ci-dessous.
On regarde la lettre désignée par la flèche : B, L ou P, et on considère les événements suivants :

- B : « on gagne un ballon » ;
- L : « on gagne un livre » ;
- P : « on gagne une peluche ».



1. Quelle est la probabilité de l'événement B ?
2. Quelle est la probabilité de l'événement L ?
3. Quelle est la probabilité de l'événement P ?

Réponse

1. Sur les 8 secteurs, ... comporte un B.
   $p(B) = \frac{\text{nombre d'issues favorables}}{\text{nombre total d'issues}} = \frac{\text{nombre de secteurs « } B \text{ »}}{\text{nombre total de secteurs}} = \frac{\dots}{\dots}.$
   Le joueur a ... chances sur 8 de gagner un ballon.

2. Sur les 8 secteurs, ... comportent un L.
   $p(L) = \frac{\text{nombre d'issues favorables}}{\text{nombre total d'issues}} = \frac{\text{nombre de secteurs « } L \text{ »}}{\text{nombre total de secteurs}} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}.$
   Le joueur a ... chances sur 8 de gagner un livre.

3. Sur les 8 secteurs, ... comportent un P.
   $p(P) = \frac{\text{nombre d'issues favorables}}{\text{nombre total d'issues}} = \frac{\text{nombre de secteurs « } P \text{ »}}{\text{nombre total de secteurs}} = \frac{\dots}{\dots}.$
   Le joueur a ... chances sur 8 de gagner une peluche.

Exercice 22.4

D'après un exercice de Brevet (Pondichéry, juin 2010)
Une classe de 5e est constituée de 30 élèves.
Certains sont externes, les autres sont demi-pensionnaires.
Le tableau ci-dessous donne la composition de la classe :

	Garçon	Fille	Total
Externe	...	7	...
Demi-pensionnaire	11	6	...
Total	...	...	29

1. Complétez le tableau.
2. On tire au sort un élève de cette classe.
   a) Quelle est la probabilité pour que cet élève soit un garçon demi-pensionnaire ?
   b) Quelle est la probabilité pour que cet élève soit une fille ?
   c) Quelle est la probabilité pour que cet élève soit externe ?

Réponse

1. Voir ci-dessus.
2. a) Je calcule la probabilité pour que cet élève soit un garçon demi-pensionnaire :
   $$p_1 = \frac{\text{Nombre d'issues qui réalisent cet événement}}{\text{Nombre total d'issues}}$$
   $$p_1 = \frac{\text{Nombre de garçons demi-pensionnaires}}{\text{Nombre total d'élèves}} = \ \ldots$$
   La probabilité pour que cet élève soit un garçon demi-pensionnaire est ...
   b) Je calcule la probabilité pour que cet élève soit une fille :
   $$p_1 = \frac{\text{Nombre de garçons filles}}{\text{Nombre total d'élèves}} = \ \ldots$$
   La probabilité pour que cet élève soit une fille ...
   c) Je calcule la probabilité pour que cet élève soit demi-pensionnaire :
   $$p_1 = \frac{\text{Nombre d'élèves demi-pensionnaires}}{\text{Nombre total d'élèves}} = \ \ldots$$
   La probabilité pour que cet élève soit demi-pensionnaire est ...