CHAPITRE 15

MÉDIATRICES ET HAUTEURS DANS UN TRIANGLE

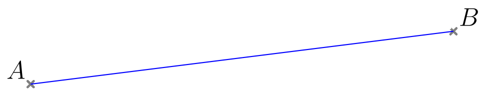
1 Médiatrice d'un segment de droite

Définition 41 (médiatrice)
La droite qui passe par le milieu d'un segment et qui lui est perpendiculaire est appelée la **médiatrice** de ce segment.

Méthode
Pour construire la médiatrice d'un segment de droite avec une règle graduée et une équerre :

- Tracer un segment de droite $[AB]$.
- Mesurer la longueur du segment avec une règle.
- Placer le milieu M du segment.
- Tracer la droite perpendiculaire au segment et passant par son milieu.
- Coder la figure.

Exercice 15.1
Tracez ci-dessous la médiatrice (d) du segment $[AB]$ avec une règle graduée et une équerre.



Propriété 47 (médiatrice)

Si un point appartient à la médiatrice d'un segment alors il est à égale distance des deux extrémités de ce segment.

Propriété 48 (médiatrice)

Si un point est à égale distance des deux extrémités d'un segment alors il appartient à la médiatrice de ce segment.

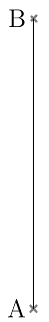
Méthode

Pour construire la médiatrice (d) d'un segment de droite $[AB]$ avec une règle et un compas :

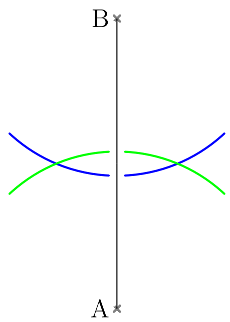
– On place la pointe d'un compas sur le point A et on trace un arc de cercle de rayon suffisamment grand (voir ci-dessous).

– On place la pointe du compas sur le point B et on trace un arc de cercle suffisamment grand.

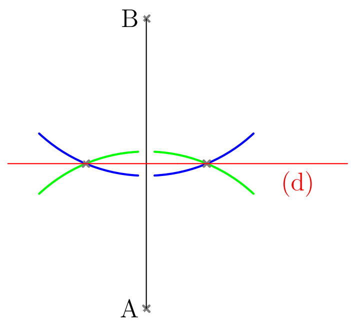
– On trace la droite passant par les deux points d'intersection des arcs de cercle. Cette droite est la médiatrice du segment $[AB]$.



Étape 1



Étape 2



Étape 3

2 Hauteurs dans un triangle

Définition 42 (hauteurs d'un triangle)

Dans un triangle, une **hauteur** est une droite qui passe par un sommet du triangle et qui est perpendiculaire au côté opposé.

On dit que cette hauteur est **issue** du sommet.

Remarque

Un triangle comporte trois hauteurs : une pour chacun des sommets.

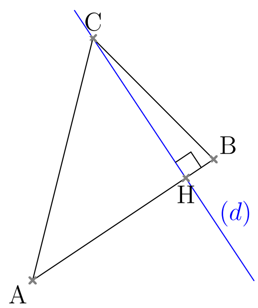
Définition 43 (pied d'une hauteur)

Dans un triangle ABC, le point d'intersection entre la hauteur issue de C et la droite (AB) est appelé **pied** de cette hauteur.

Exercice 15.2

Dans le triangle ABC ci-dessous, construire la hauteur issue de C et placer le pied H de cette hauteur.

Réponse



Dans cet exemple, le pied H de la hauteur issue de C est à l'intérieur du segment […].

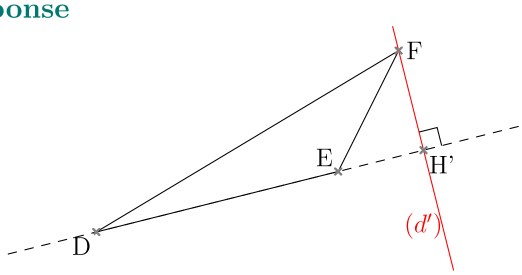
$$H \in [\ \dots\ ].$$

On peut donc tracer la hauteur (d) en plaçant une équerre sur le segment […].

Exercice 15.3

Dans le triangle DEF ci-dessous, construire la hauteur issue de F et placer le pied H' de cette hauteur.

Réponse



Ici, le pied H' de la hauteur issue de F est à l'extérieur du segment […].

$$H' \notin [\ \dots\ ].$$

Il convient donc de prolonger le tracé de la droite (…) (en pointillés) pour tracer la hauteur (d').

3 Pour aller plus loin

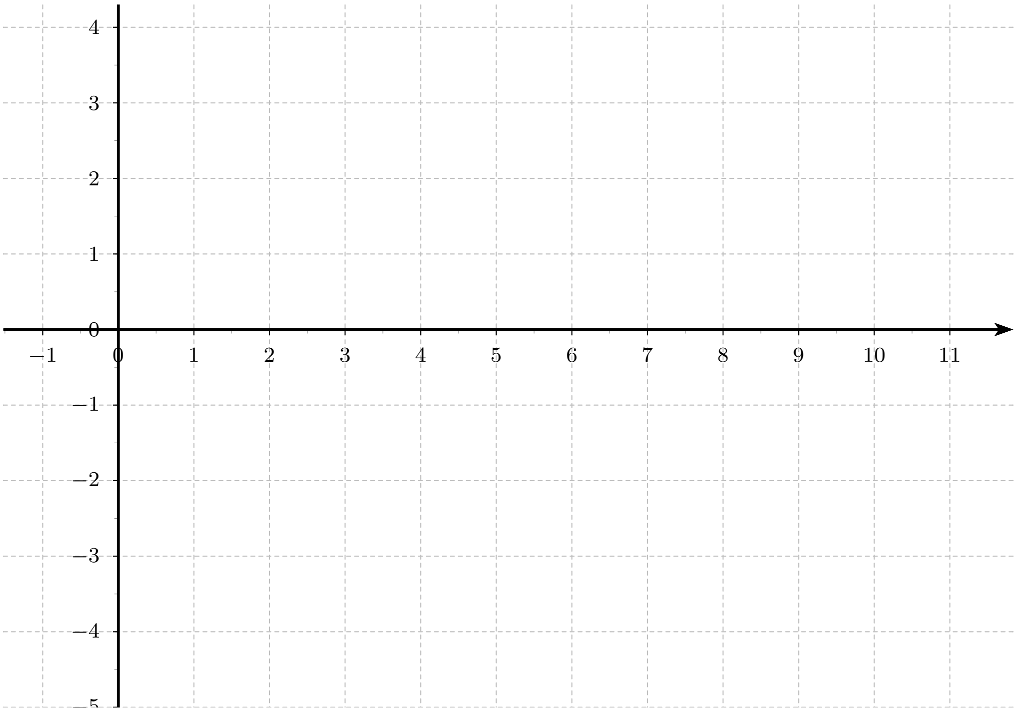
3.1 Médiatrices des trois côtés d'un triangle

Exercice 15.4

Dans un repère orthogonal, en prenant 1 cm pour une unité sur chaque axe :

1. Placez les points $A(3;0)$, $B(8;1)$ et $C(4;2)$.
2. Tracez le triangle ABC.
3. Tracez en vert la médiatrice (d_1) de $[AB]$.
4. Tracez en rouge la médiatrice (d_2) de $[BC]$.
5. Tracez en bleu la médiatrice (d_3)de $[AC]$.
6. Placez le point D à l'intersection des médiatrices (d_1) et (d_2).
7. Que remarquez-vous ?

8. Tracer le cercle de centre D Passant par A.
9. Que remarquez-vous ?



2

Définition 44 (droites concourantes)
Trois droites (ou plus) qui se coupent en un unique point sont dites **concourantes**.

Propriété 49
Les trois médiatrices d'un triangle sont concourantes.

Propriété 50
Le point d'intersection des médiatrices des trois côtés d'un triangle est à égale distance des trois sommets du triangle.

Définition 45 (cercle circonscrit)
Le cercle dont le centre est le point d'intersection des trois médiatrices d'un triangle et qui passe par les trois sommets de ce triangle s'appelle le **cercle circonscrit** à ce triangle.

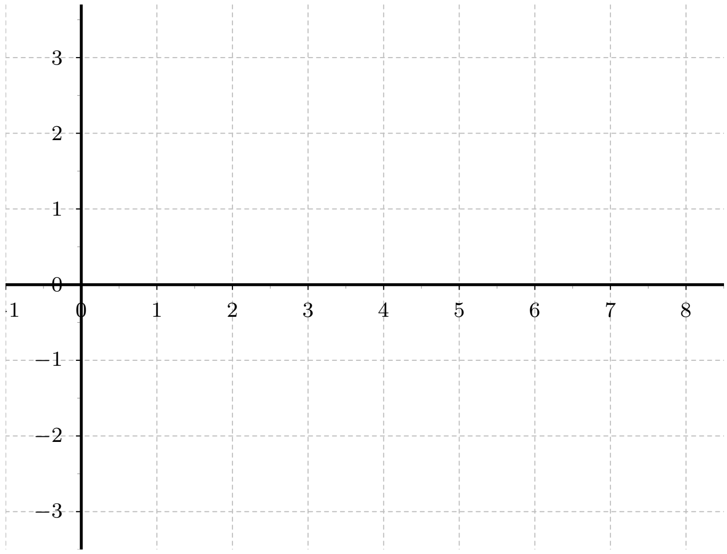
Remarque
Dans l'exemple précédent, le cercle de centre D passant par A est le cercle circonscrit au triangle ABC.

3.2 Hauteurs des trois côtés d'un triangle

Exercice 15.5
Dans un repère orthogonal, en prenant 1cm pour une unité sur chaque axe :

1. Placez les points $E(1;-2)$, $F(7;-1)$ et $G(5;3)$.
2. Tracez en noir le triangle EFG.
3. Tracez en rouge la hauteur (h_1) issue de E.
4. Tracez en bleu la hauteur (h_2) issue de F.
5. Tracez en rouge la hauteur (h_3) issue de G.
6. Placez le point H à l'intersection des hauteurs (h_1) et (h_2).
7. Que remarquez-vous ?
   ...

Réponse



Propriété 51
Les trois hauteurs d'un triangle sont concourantes.

Définition 46 (orthocentre)
Le point d'intersection des trois hauteurs d'un triangle s'appelle l'**orthocentre** de ce triangle.