

# CHAPITRE 9

## DIVISION EUCLIDIENNE ET DÉCIMALE

### 1 Divisibilité

#### 1.1 Vocabulaire

##### Définition 62 (diviseur, divisible, multiple)

Dans cet exemple :  $56 = 8 \times 7$ .

Les nombres 7 et 8 sont des **diviseurs** de 56.

Le nombre 56 est **divisible** par 7 et par 8. C'est aussi un **multiple** de 7 et de 8.

##### Exercice 9.1

Faites une ou plusieurs phrases avec les mots « diviseur », « divisible » et avec les nombres 5, 7 et 35.

##### Réponse

- Les nombres ... et ... sont des diviseurs de ...
- Le nombre ... est divisible par les nombres ... et ...

##### Définition 63 (division euclidienne)

Effectuer la **division euclidienne** de 89 (le **dividende**) par 6 (le **diviseur**), c'est trouver deux nombres entiers, le **quotient** et le **reste**, tels que :

$$\text{dividende} = \text{diviseur} \times \text{quotient} + \text{reste}.$$

Et tels que le reste de la division est inférieur au diviseur :

$$89 = 6 \times 14 + 5.$$

**Exercice 9.2**

a.  $56 = 14 \times 4 + 0$ .

Dans la division euclidienne de 56 par 4, le dividende est ... , le diviseur est ... , le quotient est ... et le reste est ...

b.  $23 = 5 \times 4 + 3$ .

Dans la division euclidienne de 23 par 5, le dividende est ... , le diviseur est ... , le quotient est ... et le reste est ...

c.  $481 = 160 \times 3 + 1$ .

Dans la division euclidienne de 481 par 3, le dividende est ... , le diviseur est ... , le quotient est ... et le reste est ...

Posons ces trois divisions :

$$\begin{array}{r|l} 56 & 4 \\ -4 & 14 \\ \hline 16 & \\ -16 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 23 & 5 \\ -20 & 4 \\ \hline 3 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 481 & 3 \\ -3 & 160 \\ \hline 18 & \\ -18 & \\ \hline 01 & \\ -0 & \\ \hline 1 & \end{array}$$

**2 Critères de divisibilité****Propriété 45 (critère de divisibilité par 2)**

Un nombre entier est **divisible par 2** s'il est pair, donc si le chiffre des unités est 0, 2, 4, 6 ou 8.

**Exercice 9.3**

Le nombre 37, le nombre 571 936 et le nombre 2 222,2 sont-ils divisibles par 2 ?

**Réponse**

- Le nombre 37 ne se termine pas par 0, 2, 4, 6 ou 8 donc ...
- Le chiffre des unités de 571 936 est 6, donc ...
- Le nombre 2 222,2 n'est pas un nombre entier : il ...

**Propriété 46 (critère de divisibilité par 5)**

Un nombre entier est **divisible par 5** si le chiffre des unités est 0 ou 5.

**Exercice 9.4**

Déterminez si le nombre 230 et le nombre 55 554 sont divisibles par 5.

**Réponse**

- a. Le nombre 230 se termine par 0 donc ...
- b. 55 554 ne se termine ni par 0, ni par 5, donc ...

**Propriété 47 (critère de divisibilité par 10)**

Un nombre entier est **divisible par 10** si le chiffre des unités est 0.

**Exercice 9.5**

Déterminez si le nombre 980 et le nombre 1 000 005 sont divisibles par 10.

**Réponse**

- a. Le nombre 980 se termine par 0 donc ...
- b. Le chiffre des unités de 1 000 005 n'est pas 0, donc ...

**Propriété 48 (critère de divisibilité par 3)**

Un nombre entier est **divisible par 3** si la somme des chiffres est divisible par 3.

**Exercice 9.6**

Déterminez si le nombre 114 et le nombre 231 452 sont divisibles par 3.

**Réponse**

- a. Déterminons si 114 est divisible par 3.  
 $1 + 1 + 4 = 6$ .  
 La somme des chiffres de 114 est divisible par ... , donc ...
- b. 231 452 est-il divisible par 3 ?  
 $2 + 3 + 1 + 4 + 5 + 2 = 17$ .  
 La somme des chiffres de 231 452 n'est pas divisible par ... , donc ...

**Propriété 49 (critère de divisibilité par 9)**

Un nombre entier est **divisible par 9** si la somme des chiffres est divisible par 9.

**Exercice 9.7**

Déterminez si le nombre 432 et le nombre 3 259 sont divisibles par 9.

**Réponse**

- a. Le nombre 432 est-il divisible par 9 ?  
 $4 + 3 + 2 = \dots$   
 La somme des chiffres de 432 est divisible par  $\dots$ , donc 432 est  $\dots$ .
- b. Déterminons si 3 259 est divisible par 9.  
 $3 + 2 + 5 + 9 = \dots$   
 La somme des chiffres de 3 259 n'est pas divisible par  $\dots$ , donc 3 259  $\dots$ .

**Propriété 50 (critère de divisibilité par 4)**

Un nombre est **divisible par 4** si le nombre formé par ses deux derniers chiffres est lui-même divisible par 4.

**Exercice 9.8**

Déterminez si le nombre 7 532 et le nombre 4 414 sont divisibles par 4.

**Réponse**

- a. Le nombre 7 532 est-il divisible par 4 ?  
 Le nombre formé par les deux derniers chiffres de 7 532 est  $\dots$   
 $\dots$  est un multiple de  $\dots$ , donc 7 532 est  $\dots$ .
- b. Le nombre 4 414 est-il divisible par 4 ?  
 Le nombre formé par les deux derniers chiffres de 4 414 est  $\dots$   
 $\dots$  n'est pas un multiple de  $\dots$ , donc 4 414  $\dots$ .

Résumons l'ensemble de ces critères de divisibilité d'un nombre entier dans un tableau.

Diviseur	Critère de divisibilité
2	Le chiffre des unités est 0, 2, 4, 6 ou 8.
5	Le chiffre des unités est 0 ou 5.
10	Le chiffre des unités est 0.
3	La somme des chiffres du nombre est divisible par 3.
9	La somme des chiffres du nombre est divisible par 9.
4	Le nombre formé par les deux derniers chiffres du nombre testé est lui-même divisible par 4.

### 3 La division décimale

#### Définition 64 (division décimale)

Soit  $a$  un nombre (entier ou décimal) et  $b$  un nombre entier non nul.

La **division décimale** du nombre  $a$  par le nombre  $b$  permet de calculer le quotient exact de  $a$  par  $b$  ou une valeur approchée de celui-ci.

#### Définition 65 (écriture fractionnaire)

Soit  $a$  un nombre (entier ou décimal) et  $b$  un nombre entier non nul.

Le **quotient** exact de  $a$  par  $b$  peut se noter de deux façons :

$$a \div b \qquad \frac{a}{b}$$

$\frac{a}{b}$  est l'**écriture fractionnaire** du quotient de  $a$  par  $b$ .

#### Exercice 9.9

Posez et effectuez, si possible, les divisions décimales suivantes :

- $23 \div 8$ .
- $13 \div 3$ .
- $23 \div 7$ .

#### Réponse

Pssons ces divisions.

$$\begin{array}{r} 23 \\ - 16 \\ \hline 70 \\ - 64 \\ \hline 60 \\ - 56 \\ \hline 40 \\ - 40 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \\ \hline 2,875 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13 \\ - 12 \\ \hline 10 \\ - 9 \\ \hline 10 \\ - 9 \\ \hline 10 \\ - 9 \\ \hline 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3 \\ \hline 4,333 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 23 \\ - 21 \\ \hline 20 \\ - 14 \\ \hline 60 \\ - 56 \\ \hline 40 \\ - 35 \\ \hline 5 \end{array} \quad \begin{array}{r} 7 \\ \hline 3,285 \end{array}$$

- a.  $23 \div 8 = 2,875$ .

Le quotient exact de la division décimale de 23 par 8 est 2,875.

- b.  $13 \div 3 \approx 4,333$ .

Le quotient approché de la division décimale de 13 par 3 est 4,333.

- c.  $23 \div 7 \approx 3,286$ .

Le quotient approché de la division décimale de 23 par 7 est 3,286.

**Remarque**

En continuant les deux dernières divisions on obtiendrait de meilleures approximations, par exemple :

$$- 13 \div 3 \approx 4,333\ 333\ 333\ 333\ 33.$$

$$- 23 \div 7 \approx 3,285\ 714\ 285\ 714\ 29.$$

**Propriété 51 (multiplier, diviser numérateur et dénominateur par ...)**

On ne change pas le quotient de deux nombres décimaux quand on multiplie chacun d'eux par un même nombre (en particulier, par 10, par 100 ou par 1 000).

**Remarque**

Cette propriété permet de transformer une division lorsque le diviseur est un nombre décimal.

**Propriété 52 (division par 10, 100 ou 1 000)**

Pour diviser un nombre par :	On décale la virgule de ce nombre de :
<b>10</b>	<b>1</b> rang vers la gauche.
<b>100</b>	<b>2</b> rangs vers la gauche.
<b>1000</b>	<b>3</b> rangs vers la gauche.

## 4 Conversion de durée

### 4.1 Conversion de secondes en minutes et secondes

**Exercice 9.10**

Convertissez 317 secondes en minutes et secondes.

**Réponse**

Une minute comporte 60 secondes.

La division euclidienne de 317 par 60 me donnera :

- comme quotient, le nombre de minutes dans 317 secondes ;
- comme reste, le nombre de secondes résiduel.

$$\begin{array}{r|l} 317 & 60 \\ - 300 & 5 \\ \hline 17 & \end{array}$$

Effectuons donc la division euclidienne de 317 par 60.

Conclusion :  $317\text{s} = \dots \text{ min} + \dots \text{ s}$ .

## 4.2 Conversion de secondes en heures, minutes et secondes

### Exercice 9.11

Convertir 8017 secondes en heures, minutes et secondes.

### Réponse

– Première étape :

Commençons, comme précédemment, par convertir ce nombre de secondes en minutes et secondes.

$$\begin{array}{r|l} 8017 & 60 \\ - 60 & 133 \\ \hline 201 & \\ - 180 & \\ \hline 217 & \\ - 180 & \\ \hline 37 & \end{array}$$

8017 s = ... min ... s.

– Seconde étape :

Convertissons 133 minutes en heures et minutes, en remarquant qu'une heure comporte 60 minutes.

La division euclidienne de 133 minutes par 60 me donnera :

- comme quotient, le nombre d'heures dans 133 minutes ;
- comme reste, le nombre de minutes résiduelles.

$$\begin{array}{r|l} 133 & 60 \\ - 120 & 2 \\ \hline 13 & \end{array}$$

Je convertis ainsi 133 minutes en ... heures et ... minutes.

– Conclusion :

8017 s = ... h + ... min + ... s.

### Exercice 9.12

L'horloge interne d'une voiture robot autonome indique que celle-ci a roulé pendant une durée de 53008 secondes avant de s'arrêter.

Convertissez cette durée en heures, minutes et secondes.

### Réponse

– Première étape :

Je convertis 53008 secondes en minutes et secondes.

$$\begin{array}{r|l} 53008 & 60 \\ - 480 & 883 \\ \hline 500 & \\ - 480 & \\ \hline 208 & \\ - 180 & \\ \hline 28 & \end{array}$$

53 008 secondes représentent ... minutes et ... secondes.

– Seconde étape :

Je convertis 883 minutes en heures et minutes.

$$\begin{array}{r|l} 883 & 60 \\ - 60 & 14 \\ \hline 283 & \\ - 240 & \\ \hline 43 & \end{array}$$

883 minutes représentent ... et ... minutes.

– Conclusion :

53 008 s = ... h + ... min + ... s.

### 4.3 Conversion d'heures en semaines, jours et heures

#### Exercice 9.13

Convertissez 631 heures en semaines, jours et heures.

#### Réponse

– Première étape :

Un jour comporte 24 heures.

La division euclidienne de 631 par 24 donnera :

– comme quotient, le nombre de jours dans 631 heures.

– comme reste, le nombre d'heures résiduelles.

631 heures correspondent donc à ... jours et ... heures.

$$\begin{array}{r|l} 631 & 24 \\ - 48 & 26 \\ \hline 151 & \\ - 144 & \\ \hline 7 & \end{array}$$

– Seconde étape :

Pour convertir 26 jours en semaines, observons qu'une semaine comporte 7 jours.

La division euclidienne de 26 par 7 donnera :

– comme quotient, le nombre de semaines dans 26 jours.

– comme reste, le nombre de jours résiduels.

26 jours correspondent donc à ... semaines et ... jours.

$$\begin{array}{r|l} 26 & 7 \\ - 21 & 3 \\ \hline 5 & \end{array}$$

– Conclusion :

631 h = ... semaines + ... jours + ... h.