

1 Aire d'une figure

Définition 71 (aire, unité d'aire)

L'**aire** d'une figure est la mesure de sa surface dans une **unité d'aire**.

L'abréviation unité d'aire est **ua**.

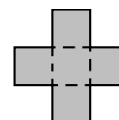
Méthode (mesurer l'aire d'une figure par comptage)

Pour mesurer l'aire d'une figure, on choisit une unité d'aire, puis on compte le nombre d'unités d'aire de la figure.

Exemple

Si la surface du petit carré hachuré ci-contre mesure une unité d'aire, alors l'aire $\mathcal{A}$ de la figure en croix grisée est égale à 5 unités d'aire.

$\mathcal{A} = 5 \text{ ua}$.



Remarques

- Deux figures dont les périmètres sont égaux peuvent avoir des aires différentes.



$\mathcal{P} = \dots$
 $\mathcal{A} = \dots$



$\mathcal{P} = \dots$
 $\mathcal{A} = \dots$

Ci-dessus, le "L" grisé et le carré blanc ont le même périmètre, mais pas la même aire.

2. Deux figures de périmètres différents peuvent avoir des aires égales.



$\mathcal{P} = \dots$

$\mathcal{A} = \dots$

$\mathcal{P} = \dots$

$\mathcal{A} = \dots$

Ci-dessus, la barre grisée et le carré blanc ont la même aire, mais pas le même périmètre.

2 Définition et conversion des unités d'aires

2.1 Le système international

Définition 72 (mètre carré)

L'unité du système international est le **mètre carré**, noté **m²**.

Un mètre carré, soit 1 m², correspond à l'aire d'un carré de 1 m de côté.

Remarque

Pour convertir des unités d'aire on peut utiliser un tableau de conversion.

Exercice 11.1

a. Convertir 5,40 m² en dm².

c. Convertir 1,35 km² en m².

b. Convertir 0,000 8 m² en cm².

d. Convertir 12 800 m² en hm².

Réponse

km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2

a. 5,40 m² = ...

c. 1,35 km² = ...

b. 0,000 8 m² = ...

d. 12 800 m² = ...

2.2 Les unités agraires

Pour mesurer la superficie d'un terrain, on utilise encore parfois les **unités agraires** :

- Un **are**, noté **a**, représente 100 m^2 .
- Un **hectare**, noté **ha**, représente 100 ares, soit 1 hm^2 ou encore $10\,000 \text{ m}^2$.

Remarques

Un are correspond à l'aire d'un carré de 10 m de côté.

Un hectare correspond à l'aire d'un carré de 100 m de côté.

3 Aire des polygones usuels

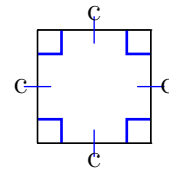
3.1 Aire d'un carré

Propriété 53 (aire d'un carré)

Soit $\mathcal{A}$ l'aire d'un carré de côté c .

$$\mathcal{A} = \text{côté} \times \text{côté}.$$

$$\mathcal{A} = c \times c.$$



Exercice 11.2

Dans une compétition de judo, deux judokas s'affrontent sur un tapis de forme carrée de côté $c = 8 \text{ m}$. Calculez l'aire $\mathcal{A}$ du tapis.

Réponse

$\mathcal{A} = \dots$

L'aire du tapis mesure donc $\dots$

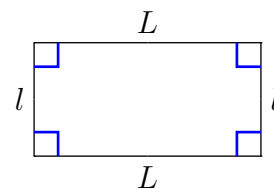
3.2 Aire d'un rectangle

Propriété 54 (aire d'un rectangle)

Soit $\mathcal{A}$ l'aire d'un rectangle de longueur L et de largeur l .

$$\mathcal{A} = \text{Longueur} \times \text{largeur}.$$

$$\mathcal{A} = L \times l.$$



Exercice 11.3

Le terrain de rugby de Twickenham a la forme d'un rectangle de longueur $L = 105$ m et de largeur $l = 70$ m.

Calculez son aire $\mathcal{A}$.

Réponse

$$\mathcal{A} = L \times l = \dots \times \dots = \dots$$

L'aire du terrain de Twickenham mesure $\dots$

3.3 Aire d'un triangle quelconque**Propriété 55 (aire d'un triangle quelconque)**

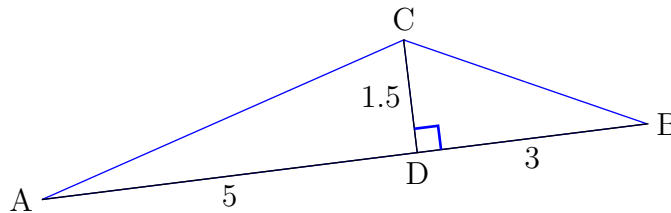
Dans un triangle quelconque, choisissons l'un des trois côtés comme base et considérons la hauteur associée à cette base.

L'aire $\mathcal{A}$ du triangle rectangle est donnée par :

$$\mathcal{A} = \frac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2}.$$

Exercice 11.4

Sur la figure ci-dessous, les distances sont indiquées en *cm*.



Calculez l'aire $\mathcal{A}$ du triangle ABC .

Réponse

Dans le triangle ABC , je choisis comme base le côté $[AB]$.

La hauteur correspondante est $[\dots]$

Je calcule la longueur AB :

$$AB = \dots + \dots = \dots + \dots = \dots$$

Je calcule l'aire du triangle ABC :

$$\mathcal{A}_1 = \frac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2} = \frac{\dots \times \dots}{2} = \frac{\dots \times \dots}{2} = \frac{\dots}{2} = \dots$$

L'aire du triangle ABC mesure $\dots$

4 Aire d'une figure composée

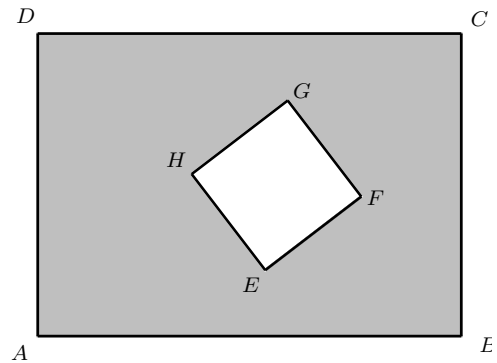
Méthode (calculer l'aire d'une figure par décomposition)

- On décompose la figure étudiée en figures simples usuelles (carré, rectangle ou triangle).
- On calcule les aires des figures simples.
- On additionne ou on soustrait ces aires pour calculer l'aire totale de la figure.

Exercice 11.5

Calculez l'aire de la partie grisée de la figure ci-contre sachant que :

- $ABCD$ est un rectangle de longueur 14 m et de largeur 10 m.
- $EFGH$ est un carré de côté 4 m.



Réponse

- Je calcule l'aire du rectangle $ABCD$:

$$A_1 = \text{longueur} \times \text{largeur}$$

$$A_1 = \dots \times \dots$$

$$A_1 = \dots$$

L'aire du rectangle mesure ...

- Je calcule l'aire du carré $EFGH$:

$$A_2 = \text{côté} \times \text{côté}$$

$$A_2 = \dots \times \dots$$

$$A_2 = \dots$$

L'aire du carré mesure ...

- Je calcule l'aire de la partie grisée de la figure :

$$A =$$

$$A = \dots$$

$$A = \dots$$

L'aire de la partie grisée de la figure mesure ...

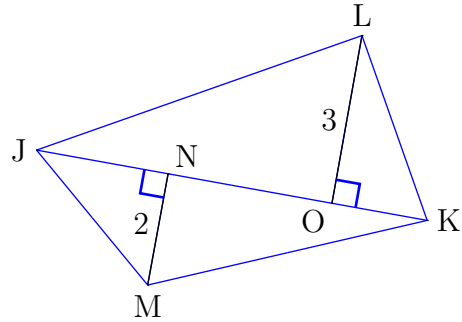
Exercice 11.6

La figure ci-contre n'est pas en vraie grandeur.

Les distances sont indiquées en cm.

On donne également : $JK = 7$ cm.

- Calculez l'aire $\mathcal{A}_1$ du triangle JKL .
- Calculez l'aire $\mathcal{A}_2$ du triangle JKM .
- Déduisez-en l'aire du quadrilatère $JLKM$.

**Réponse**

- Dans le triangle JKL , je choisis comme base le côté $[JK]$.

La hauteur correspondante est $[\dots]$.

Je calcule l'aire du triangle JKL :

$$\mathcal{A}_1 = \frac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2} = \frac{\dots \times \dots}{2} = \frac{\dots \times \dots}{2} = \frac{\dots}{2} = \dots$$

L'aire du triangle JKL mesure $\dots$

- Dans le triangle JKM , je choisis comme base le côté $[JK]$.

La hauteur correspondante est $[\dots]$.

Je calcule l'aire du triangle JKM :

$$\mathcal{A}_1 = \frac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2} = \frac{\dots \times \dots}{2} = \frac{\dots \times \dots}{2} = \frac{\dots}{2} = \dots$$

L'aire du triangle JKM mesure $\dots$

- On obtient le quadrilatère $JLKM$ par juxtaposition des triangles JKL et JKM .

L'aire $\mathcal{A}$ du quadrilatère est donc égale à la somme des aires de ces deux triangles.

$$\mathcal{A} = \mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_2 = \dots + \dots = \dots$$

L'aire $\mathcal{A}$ du quadrilatère mesure $\dots$