CHAPITRE 13

CERCLE ET DISQUE

1 Le cercle

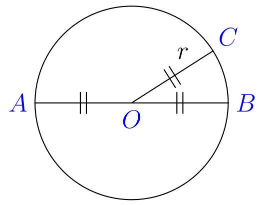
Définition 78 (cercle, centre, rayon)
Le **cercle** $\mathcal{C}$ de **centre** O et de **rayon** r est l'ensemble de tous les points situés à la distance r du centre.

Propriété 59 (appartenance d'un point à un cercle)
Si un point A appartient à un cercle de centre O et de rayon r, alors le point A est situé à la distance r du centre O.

Propriété 60 (appartenance d'un point à un cercle)
Si un point A est situé à la distance r d'un point O, alors il appartient au cercle de centre O et de rayon r.

Exercice 13.1

Complétez les phrases suivantes :



- Le point O est le centre du ...
- Les points A, B et C sont des points du ...
- Les segments $[OA]$, $[OB]$ et $[OC]$ sont des ...
- Les points A, B et C sont tous situés à la distance r du cercle, donc :

  $r = \ldots = \ldots = \ldots$

Définition 79 (corde, diamètre, arc)

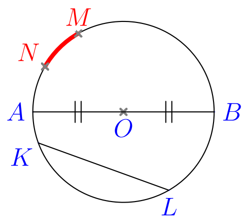
Si K et L sont deux points d'un cercle alors $[KL]$ est une **corde** de ce cercle.

Si une corde passe par le centre du cercle alors c'est un **diamètre**.

L'**arc de cercle** $\overset{\frown}{KL}$ est la portion du cercle limitée par les points K et L.

Exercice 13.2

Ci-contre :



- Le point O est ...
- $\overset{\frown}{MN}$ est un ...
- $[KL]$ est ...
- $[AB]$ est un ...
  c'est également une ...

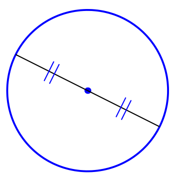
Propriété 61 (diamètre = 2 × rayon)

Si O est le centre d'un cercle de diamètre $[AB]$ alors :

$$AB = 2 \times OA = 2 \times OB.$$

Remarque

Cela signifie que dans un cercle, la valeur du diamètre est égale à deux fois celle du rayon, comme on peut l'observer ci-dessous.



Remarques

- On peut définir un cercle lorsqu'on connaît son centre O et son rayon r.
  On parle alors du cercle de centre O et de rayon r.
- On peut également définir un cercle lorsqu'on connaît deux points A et B du cercle formant un diamètre de ce cercle.
  On parle alors du cercle de diamètre $[AB]$.

2 Périmètre d'un cercle

2.1 Définitions

Définition 80 (circonférence)
Le périmètre $\mathcal{P}$ d'un cercle de diamètre d ou de rayon r est aussi appelé **circonférence** du cercle.

$$\mathcal{P} = d \times \pi.$$

$$\mathcal{P} = 2 \times r \times \pi.$$

On appelle π le nombre par lequel on multiplie le diamètre d'un cercle pour obtenir sa circonférence.

Remarque
le nombre π n'est pas un nombre décimal.
Il s'écrit avec une infinité de chiffres après la virgule.
En conservant "seulement" 60 chiffres après la virgule, nous obtenons cette approximation.

$$\pi \approx 3{,}141\,592\,653\,589\,793\,238\,462\,643\,383\,279\,502\,884\,197\,169\,399\,375\,105\,820\,974\,944.$$

Nous allons utiliser une approximation de π avec deux décimales « seulement ».

Dans les calculs on prendra, sauf indication contraire, l'approximation suivante de π :

$$\pi \approx 3{,}14.$$

Notation

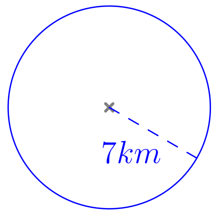
Lorsqu'on multiplie un nombre par π, on pourra omettre le signe « $\times$ ».

$$2 \times \pi = 2\pi.$$

2.2 Calculer le périmètre d'un cercle dont on connaît le rayon

Exercice 13.3

On considère un cercle de rayon $r = 7\,\mathrm{km}$.



a. Calculez la valeur exacte du périmètre $\mathcal{P}$ de ce cercle.

b. Déterminez la valeur arrondie au dixième de $\mathcal{P}$.

Réponse

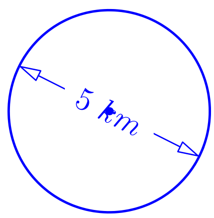
a. Je calcule le périmètre $\mathcal{P}$ du cercle.
$\mathcal{P} = 2 \times r \times \pi = \ \dots \times \dots \times \pi = \ \dots \times \pi$.
Le périmètre du cercle mesure exactement **...**

b. En prenant $\pi \approx 3,14$:
$\mathcal{P} \approx \ \dots \times 3,14 \approx \ \dots \approx \ \dots$.
Le périmètre du cercle mesure environ $\dots$

2.3 Calculer le périmètre d'un cercle dont on connaît le diamètre

Exercice 13.4

On considère un cercle de diamètre $d = 5\,\mathrm{km}$.



a. Calculez la valeur exacte du périmètre $\mathcal{P}$ de ce cercle.

b. Déterminez la valeur arrondie au centième de $\mathcal{P}$.

Réponse

a. On peut calculer le périmètre du cercle de deux façons différentes.

À partir du rayon :	À partir du diamètre :
Je calcule le rayon r du cercle. $r = \ \dots = \ \dots = \ \dots$ Je calcule le périmètre $\mathcal{P}$. $\mathcal{P} = 2 \times r \times \pi = \ \dots \times 2 \times \pi = \ \dots \times \pi$.	Je calcule le périmètre $\mathcal{P}$. $\mathcal{P} = d \times \pi = \ \dots \times \pi$.

Le périmètre du cercle mesure exactement **...**

b. En prenant $\pi \approx 3,14$:

$\mathcal{P} \approx \ \dots \ \times 3,14 \approx \ \dots$

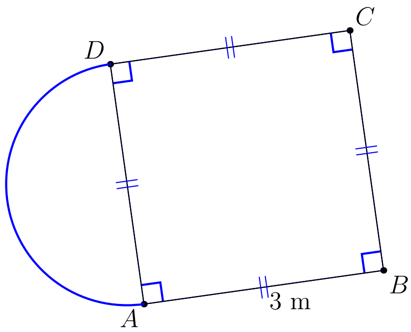
Le périmètre du cercle mesure environ $\dots$

2.4 Calculer le périmètre d'une figure composée

Exercice 13.5

On considère la figure ci-dessous, composée d'un demi-cercle et d'un carré de côté $3\,\mathrm{m}$.

1. Calculez la valeur exacte de son périmètre $\mathcal{P}$.
2. Calculez la valeur approchée de $\mathcal{P}$ arrondie au dixième.



Réponse

1. Le périmètre $\mathcal{P}$ de la figure est donné par : $\mathcal{P} = AB + BC + CD + \overset{\frown}{DA}$.

   $ABCD$ est un carré de côté $3\,\mathrm{m}$ donc :
   - $AB = \ \dots$
   - $BC = \ \dots$
   - $CD = \ \dots$

   La longueur $\overset{\frown}{DA}$ du demi-cercle est égale à la moitié du périmètre du cercle de diamètre $[DA]$, donc :
   - $\overset{\frown}{DA} = \dfrac{1}{2} \times$ (périmètre du cercle complet)

     $\overset{\frown}{DA} = \dfrac{1}{2} \times \ \dots \ \times \pi = \dfrac{1}{2} \times \ \dots \ \times \ \dots \ = \ \dots \ \times \pi = \ \dots$

Nous pouvons maintenant calculer $\mathcal{P}$.

$\mathcal{P} = AB + BC + CD + \widehat{DA}$

$\mathcal{P} = \ \ldots\ + \ \ldots\ + \ \ldots\ + \ \ldots\ \times \pi$

$\mathcal{P} = \ \ldots\ + \ \ldots\ \times \pi$.

La valeur exacte du périmètre $\mathcal{P}$ de la figure est ...

2. Prenons $\pi \approx 3{,}14$.

   $\mathcal{P} \approx \ \ldots\ + \ \ldots\ \times 3{,}14 \approx \ \ldots\ + \ \ldots\ \approx \ \ldots\ \approx \ \ldots$

   Le périmètre $\mathcal{P}$ de la figure mesure environ ...

3 Le disque

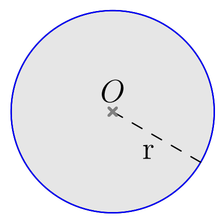
Définition 81 (disque)

Le **disque** $\mathcal{C}$ de centre O et de rayon r est l'ensemble de tous les points situés à une distance du centre inférieure ou égale à r.

Exemple

Ci-contre, on représente un disque de centre O et de rayon r.
Ce disque est composé :

- des points du cercle de centre O et de rayon r, en bleu ;
- des points situés à l'intérieur de ce cercle, en gris.

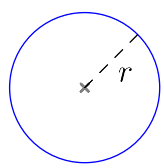


Propriété 62 (aire d'un disque)

L'aire $\mathcal{A}$ d'un disque de rayon r est donnée par :

$\mathcal{A} = \pi \times \text{rayon} \times \text{rayon}$.

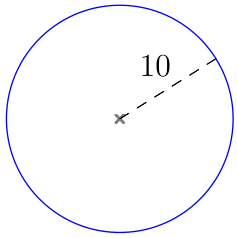
$\mathcal{A} = \pi \times r \times r$.



4 Calculer l'aire d'un disque

4.1 Calculer l'aire d'un disque dont on connaît le rayon

Exercice 13.6
On considère le disque ci-contre.
La mesure du rayon r est indiquée en cm sur la figure.



Calculez l'aire du disque en précisant :

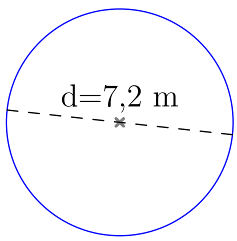
1. la valeur exacte ;
2. la valeur approchée à l'unité.

Réponse

1. Le codage de la figure nous apprend que $r = 10\,\mathrm{cm}$.
   Je calcule l'aire du disque :
   $\mathcal{A} = \pi \times \ \dots \ \times \ \dots \ = \pi \times \ \dots \ \times \ \dots \ = \pi \times \ \dots \ = \ \dots \ \times \pi = \ \dots \pi$
   La valeur exacte de l'aire du disque est $\dots$
2. Pour calculer la valeur approchée de l'aire, je prends $\pi \approx 3{,}14$.
   $\mathcal{A} = \ \dots \ \times \pi \approx \ \dots \ \times 3{,}14 \approx \ \dots$
   L'aire du disque mesure environ $\dots$

4.2 Calculer l'aire d'un disque dont on connaît le diamètre

Exercice 13.7
Ci-contre, on représente un disque de diamètre $7{,}2\,\mathrm{m}$.



Calculez l'aire du disque en précisant :

1. la valeur exacte ;
2. la valeur approchée au dixième.

Réponse

1. Je calcule le rayon du disque.
   $r = \dfrac{d}{2} = \dfrac{\dots}{2} = \ \dots$
   Je calcule l'aire du disque :
   $\mathcal{A} = \pi \times r \times r = \pi \times \ \dots \ \times \ \dots \ = \pi \times \ \dots \ = \ \dots \ \times \pi.$
   La valeur exacte de l'aire du disque est $\dots$

2. Pour calculer la valeur approchée de l'aire, j'arrondis la valeur de pi à $\pi \approx 3,14$

   $\mathcal{A} = \ \dots \ \times \pi \approx \ \dots \ \times 3{,}14 \approx \ \dots$

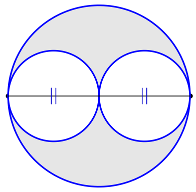
   $\mathcal{A} \approx \ \dots$

   L'aire du disque mesure environ $\dots$

4.3 Calculer l'aire d'une surface composée de figures simples (dont des disques)

Exercice 13.8

Ci-contre, chaque petit disque a un diamètre $d = 6\,\mathrm{cm}$.



1. Calculez la valeur exacte de l'aire de la surface grisée.
2. Déduisez-en une valeur approchée au dixième près.

Réponse

1. a. Je calcule le rayon r d'un petit disque.

   $r = \dfrac{d}{2} = \dfrac{\dots}{2} = \ \dots$

   Je calcule l'aire de chaque petit disque.

   $\mathcal{A}_p = r \times r \times \pi = \ \dots \ \times \ \dots \times = \ \dots \ \times \pi.$

   L'aire d'un petit disque mesure $\dots$

   b. Le diamètre d d'un petit disque est aussi le rayon R du grand disque : $R = d$.

   Je peux donc calculer l'aire du grand disque.

   $\mathcal{A}_G = R \times R \times \pi = \ \dots \ \times \ \dots \ \times \pi = \ \dots \ \times \pi.$

   L'aire du grand disque mesure $\dots$

   c. L'aire de la surface grisée est égale à l'aire du grand disque à laquelle on soustrait l'aire des deux petits disques.

   $\mathcal{A} = \mathcal{A}_G - 2 \times \mathcal{A}_p$

   $\mathcal{A} = \ \dots \ \times \pi - 2 \times \ \dots \ \times \pi$

   $\mathcal{A} = \ \dots \ \times \pi - \ \dots \ \times \pi$

   $\mathcal{A} = (\ \dots \ - \ \dots \ ) \times \pi$

   $\mathcal{A} = \ \dots \ \times \pi.$

   L'aire de la partie grisée de la figure mesure exactement $\dots$

2. $\mathcal{A} \approx \ \dots \ \times 3,14 \approx \ \dots \ \approx \ \dots$.

   L'aire de la partie grisée de la figure mesure environ $\dots$