

CHAPITRE 13

CERCLE ET DISQUE

1 Le cercle

Définition 78 (cercle, centre, rayon)

Le **cercle** $\mathcal{C}$ de **centre** O et de **rayon** r est l'ensemble de tous les points situés à la distance r du centre.

Propriété 59 (appartenance d'un point à un cercle)

Si un point A appartient à un cercle de centre O et de rayon r , alors le point A est situé à la distance r du centre O .

Propriété 60 (appartenance d'un point à un cercle)

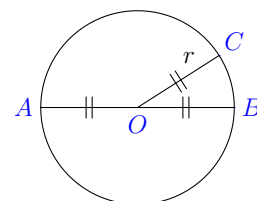
Si un point A est situé à la distance r d'un point O , alors il appartient au cercle de centre O et de rayon r .

Exercice 13.1

Complétez les phrases suivantes :

- Le point O est le centre du ...
- Les points A , B et C sont des points du ...
- Les segments $[OA]$, $[OB]$ et $[OC]$ sont des ...
- Les points A , B et C sont tous situés à la distance r du cercle, donc :

$$r = \dots = \dots = \dots$$



Définition 79 (corde, diamètre, arc)

Si K et L sont deux points d'un cercle alors $[KL]$ est une **corde** de ce cercle.

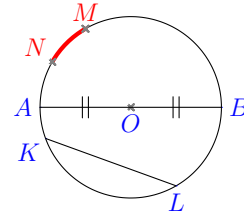
Si une corde passe par le centre du cercle alors c'est un **diamètre**.

L'**arc de cercle** $\widehat{KL}$ est la portion du cercle limitée par les points K et L .

Exercice 13.2

Ci-contre :

- Le point O est ...
- $\widehat{MN}$ est un ...
- $[KL]$ est ...
- $[AB]$ est un ...
c'est également une ...

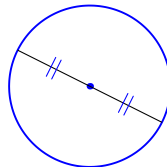
**Propriété 61 (diamètre = $2 \times$ rayon)**

Si O est le centre d'un cercle de diamètre $[AB]$ alors :

$$AB = 2 \times OA = 2 \times OB.$$

Remarque

Cela signifie que dans un cercle, la valeur du diamètre est égale à deux fois celle du rayon, comme on peut l'observer ci-dessous.

**Remarques**

- On peut définir un cercle lorsqu'on connaît son centre O et son rayon r .
On parle alors du cercle de centre O et de rayon r .
- On peut également définir un cercle lorsqu'on connaît deux points A et B du cercle formant un diamètre de ce cercle.
On parle alors du cercle de diamètre $[AB]$.

2 Périmètre d'un cercle

2.1 Définitions

Définition 80 (circonférence)

Le périmètre $\mathcal{P}$ d'un cercle de diamètre d ou de rayon r est aussi appelé **circonférence** du cercle.

$$\mathcal{P} = d \times \pi.$$

$$\mathcal{P} = 2 \times r \times \pi.$$

On appelle π le nombre par lequel on multiplie le diamètre d'un cercle pour obtenir sa circonférence.

Remarque

le nombre π n'est pas un nombre décimal.

Il s'écrit avec une infinité de chiffres après la virgule.

En conservant "seulement" 60 chiffres après la virgule, nous obtenons cette approximation.

$$\pi \approx 3,141\,592\,653\,589\,793\,238\,462\,643\,383\,279\,502\,884\,197\,169\,399\,375\,105\,820\,974\,944.$$

Nous allons ~~apprendre par cœur~~ utiliser une approximation de π avec deux décimales « seulement ».

Dans les calculs on prendra, sauf indication contraire, l'approximation suivante de π :

$$\pi \approx 3,14.$$

Notation

Lorsqu'on multiplie un nombre par π , on pourra omettre le signe « $\times$ ».

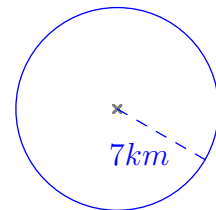
$$2 \times \pi = 2\pi.$$

2.2 Calculer le périmètre d'un cercle dont on connaît le rayon

Exercice 13.3

On considère un cercle de rayon $r = 7$ km.

- Calculez la valeur exacte du périmètre $\mathcal{P}$ de ce cercle.
- Déterminez la valeur arrondie au dixième de $\mathcal{P}$.



Réponse

- a. Je calcule le périmètre $\mathcal{P}$ du cercle.

$$\mathcal{P} = 2 \times r \times \pi = \dots \times \dots \times \pi = \dots \times \pi.$$

Le périmètre du cercle mesure exactement ...

- b. En prenant $\pi \approx 3,14$:

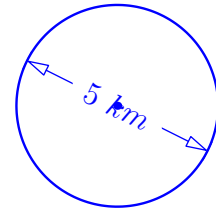
$$\mathcal{P} \approx \dots \times 3,14 \approx \dots \approx \dots$$

Le périmètre du cercle mesure environ ...

2.3 Calculer le périmètre d'un cercle dont on connaît le diamètre**Exercice 13.4**

On considère un cercle de diamètre $d = 5$ km.

- a. Calculez la valeur exacte du périmètre $\mathcal{P}$ de ce cercle.
b. Déterminez la valeur arrondie au centième de $\mathcal{P}$.

**Réponse**

- a. On peut calculer le périmètre du cercle de deux façons différentes.

À partir du rayon :

Je calcule le rayon r du cercle.

$$r = \dots = \dots = \dots$$

Je calcule le périmètre $\mathcal{P}$.

$$\mathcal{P} = 2 \times r \times \pi = \dots \times 2 \times \pi = \dots \times \pi.$$

À partir du diamètre :

Je calcule le périmètre $\mathcal{P}$.

$$\mathcal{P} = d \times \pi = \dots \times \pi.$$

Le périmètre du cercle mesure exactement ...

- b. En prenant $\pi \approx 3,14$:

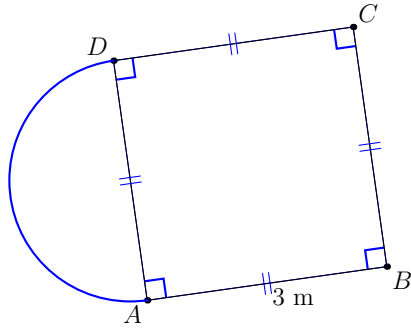
$$\mathcal{P} \approx \dots \times 3,14 \approx \dots$$

Le périmètre du cercle mesure environ ...

2.4 Calculer le périmètre d'une figure composée**Exercice 13.5**

On considère la figure ci-dessous, composée d'un demi-cercle et d'un carré de côté 3 m.

1. Calculez la valeur exacte de son périmètre $\mathcal{P}$.
2. Calculez la valeur approchée de $\mathcal{P}$ arrondie au dixième.



Réponse

1. Le périmètre $\mathcal{P}$ de la figure est donné par : $\mathcal{P} = AB + BC + CD + \widehat{DA}$.

$ABCD$ est un carré de côté 3 m donc :

- $AB = \dots$
- $BC = \dots$
- $CD = \dots$

La longueur $\widehat{DA}$ du demi-cercle est égale à la moitié du périmètre du cercle de diamètre $[DA]$, donc :

$$\begin{aligned} - \widehat{DA} &= \frac{1}{2} \times (\text{périmètre du cercle complet}) \\ \widehat{DA} &= \frac{1}{2} \times \dots \times \pi = \frac{1}{2} \times \dots \times \dots = \dots \times \pi = \dots \end{aligned}$$

Nous pouvons maintenant calculer $\mathcal{P}$.

$$\mathcal{P} = AB + BC + CD + \widehat{DA}$$

$$\mathcal{P} = \dots + \dots + \dots + \dots \times \pi$$

$$\mathcal{P} = \dots + \dots \times \pi.$$

La valeur exacte du périmètre $\mathcal{P}$ de la figure est $\dots$

2. Prenons $\pi \approx 3,14$.

$$\mathcal{P} \approx \dots + \dots \times 3,14 \approx \dots + \dots \approx \dots \approx \dots$$

Le périmètre $\mathcal{P}$ de la figure mesure environ $\dots$

3 Le disque

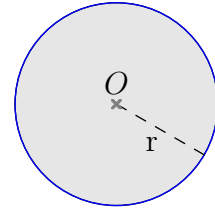
Définition 81 (disque)

Le **disque** $\mathcal{C}$ de centre O et de rayon r est l'ensemble de tous les points situés à une distance du centre inférieure ou égale à r .

Exemple

Ci-contre, on représente un disque de centre O et de rayon r .
Ce disque est composé :

- des points du cercle de centre O et de rayon r , en bleu ;
- des points situés à l'intérieur de ce cercle, en gris.

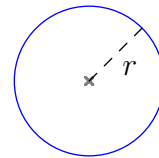


Propriété 62 (aire d'un disque)

L'aire $\mathcal{A}$ d'un disque de rayon r est donnée par :

$$\mathcal{A} = \pi \times \text{rayon} \times \text{rayon}.$$

$$\mathcal{A} = \pi \times r \times r.$$



4 Calculer l'aire d'un disque

4.1 Calculer l'aire d'un disque dont on connaît le rayon

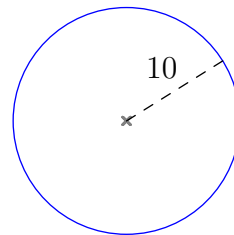
Exercice 13.6

On considère le disque ci-contre.

La mesure du rayon r est indiquée en *cm* sur la figure.

Calculez l'aire du disque en précisant :

1. la valeur exacte ;
2. la valeur approchée à l'unité.



Réponse

1. Le codage de la figure nous apprend que $r = 10$ cm.

Je calcule l'aire du disque :

$$\mathcal{A} = \pi \times \dots \times \dots = \pi \times \dots \times \dots = \pi \times \dots = \dots \times \pi = \dots \pi$$

La valeur exacte de l'aire du disque est ...

2. Pour calculer la valeur approchée de l'aire, je prends $\pi \approx 3,14$.

$$\mathcal{A} = \dots \times \pi \approx \dots \times 3,14 \approx \dots$$

L'aire du disque mesure environ $\dots$

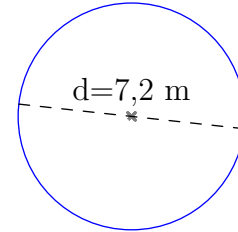
4.2 Calculer l'aire d'un disque dont on connaît le diamètre

Exercice 13.7

Ci-contre, on représente un disque de diamètre 7,2 m.

Calculez l'aire du disque en précisant :

- la valeur exacte ;
- la valeur approchée au dixième.



Réponse

1. Je calcule le rayon du disque.

$$r = \frac{d}{2} = \frac{\dots}{2} = \dots$$

Je calcule l'aire du disque :

$$\mathcal{A} = \pi \times r \times r = \pi \times \dots \times \dots = \pi \times \dots = \dots \times \pi.$$

La valeur exacte de l'aire du disque est $\dots$

2. Pour calculer la valeur approchée de l'aire, j'arrondis la valeur de pi à $\pi \approx 3,14$

$$\mathcal{A} = \dots \times \pi \approx \dots \times 3,14 \approx \dots$$

$$\mathcal{A} \approx \dots$$

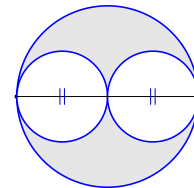
L'aire du disque mesure environ $\dots$

4.3 Calculer l'aire d'une surface composée de figures simples (dont des disques)

Exercice 13.8

Ci-contre, chaque petit disque a un diamètre $d = 6$ cm.

- Calculez la valeur exacte de l'aire de la surface grisée.
- Déduisez-en une valeur approchée au dixième près.



Réponse

1. a. Je calcule le rayon r d'un petit disque.

$$r = \frac{d}{2} = \frac{\dots}{2} = \dots$$

Je calcule l'aire de chaque petit disque.

$$\mathcal{A}_p = r \times r \times \pi = \dots \times \dots \times \pi = \dots \times \pi.$$

L'aire d'un petit disque mesure $\dots$

- b. Le diamètre d d'un petit disque est aussi le rayon R du grand disque : $R = d$.

Je peux donc calculer l'aire du grand disque.

$$\mathcal{A}_G = R \times R \times \pi = \dots \times \dots \times \pi = \dots \times \pi.$$

L'aire du grand disque mesure $\dots$.

- c. L'aire de la surface grisée est égale à l'aire du grand disque à laquelle on soustrait l'aire des deux petits disques.

$$\mathcal{A} = \mathcal{A}_G - 2 \times \mathcal{A}_p$$

$$\mathcal{A} = \dots \times \pi - 2 \times \dots \times \pi$$

$$\mathcal{A} = \dots \times \pi - \dots \times \pi$$

$$\mathcal{A} = (\dots - \dots) \times \pi$$

$$\mathcal{A} = \dots \times \pi.$$

L'aire de la partie grisée de la figure mesure exactement $\dots$.

2. $\mathcal{A} \approx \dots \times 3,14 \approx \dots \approx \dots$.

L'aire de la partie grisée de la figure mesure environ $\dots$.