

## 1 Rappels

### 1.1 Définition

**Définition 82 (grandeurs proportionnelles)**

Soient deux grandeurs liées.

Si en multipliant toujours par le même nombre non-nul les valeurs de l'une, on obtient les valeurs de l'autre, alors ces grandeurs sont dites **proportionnelles**.

### 1.2 Propriété de linéarité multiplicative

**Exercice 14.1**

Adrian achète 6 kg de pommes de terre et les paie 10,80 €. Hendrike doit en acheter 30 kg.

- Quelles sont les grandeurs étudiées ?
- Par quel nombre faut-il multiplier la quantité de pommes de terre achetée par Adrian pour obtenir la quantité achetée par Hendrike ?
- Rassemblez les données du problème dans un tableau.
- Sachant que le prix des pommes de terre est proportionnel à leur masse, par combien faut-il multiplier le prix payé par Adrian pour obtenir le prix à payer par Hendrike ?
- Calculez le prix payé par Hendrike.
- Complétez le tableau.

**Réponse**

- Les grandeurs étudiées sont :
  - ...
  - ...

b. On recherche le nombre qui, multiplié par 6, donnera un produit de 30 selon le schéma suivant.

$$6 \times \text{nombre} = 30.$$

Ce nombre est le quotient de la division de ... par ... .

$$\frac{\dots}{\dots} = \dots$$

Hendrike achète ... fois plus de pommes de terre qu'Adrian.

c. Représentons :

- la première grandeur étudiée (masse des pommes de terre en kg) sur la première ligne d'un tableau ;
- la seconde grandeur (prix des pommes de terre en €) sur la seconde ligne de ce tableau.

Quantité de pommes de terre en kg	6	30
Prix des pommes de terre en €	10,80	?

d. La situation est proportionnelle et Hendrike achète ... fois plus de pommes de terre qu'Adrian.

Elle paiera donc ... fois plus cher.

e. Je calcule le prix payé par Hendrike.

$$10,80 \times \dots = \dots$$

Hendrike paie donc ... €.

f. Nous pouvons maintenant compléter le tableau, en utilisant la **propriété de linéarité multiplicative**.

Quantité de pommes de terre en kg	6	30
Prix des pommes de terre en €	10,80	...

### 1.3 Propriété de linéarité additive

#### Exercice 14.2

Kimia et Longi constituent chacun une chaîne de dominos.

Ils remarquent que la longueur d'une chaîne est proportionnelle au nombre de dominos qui la constitue.

Avec 7 dominos, Kimia a formé une chaîne de 16,1 cm.

Avec 12 dominos, Longi a formé une chaîne de 27,6 cm.

Il mettent bout à bout les deux chaînes et souhaitent connaître le nombre de dominos et la longueur de la nouvelle chaîne ainsi formée.

- Complétez ce tableau, en remplaçant les points d'interrogation à l'aide des données du problème.

Nombre de dominos	?	?	
?	?	?	

- Expliquez comment calculer la longueur totale obtenue avec l'ensemble des dominos.
- Effectuez ce calcul et compléter le tableau.

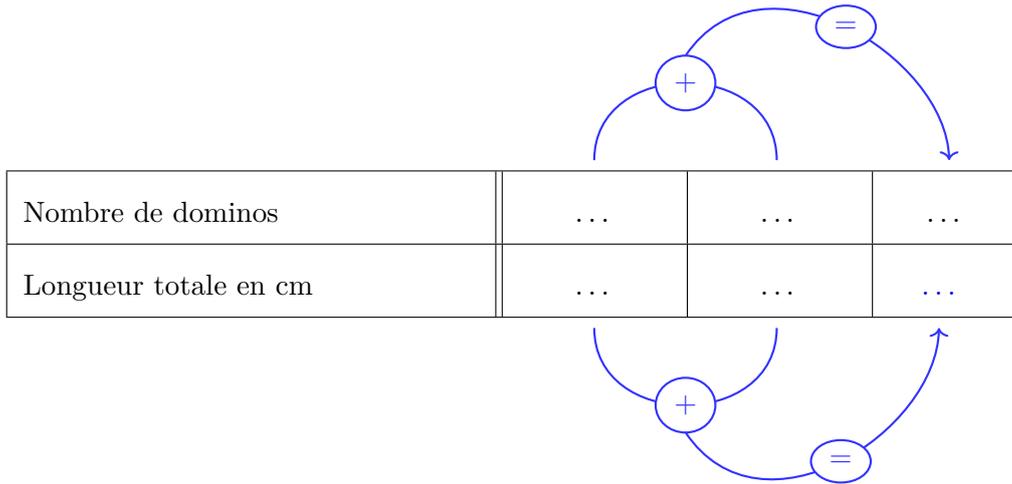
#### Réponse

La longueur d'une chaîne est proportionnelle au nombre de dominos qui la compose.

Si on additionne deux chaînes de 12 et 7 dominos, alors :

- Le nombre total de dominos est la somme du nombre de dominos des deux chaînes.  
 $\dots + \dots = \dots$
- La longueur totale est la somme des longueurs des deux chaînes.  
 $16,1 + 27,6 = \dots$   
 La nouvelle chaîne mesure  $\dots$

On applique ainsi la **propriété de linéarité additive**.



## 1.4 Retour à l'unité

### Exercice 14.3

Sur un site de musique en ligne, toutes les chansons sont vendues au même prix. Romane achète 7 chansons pour 10,22 €.

- Quelles sont les grandeurs étudiées ?
- Combien coûte 1 chanson ?
- Combien coûtent 12 chansons ?
- Représentez la situation dans un tableau.

### Réponse

- a. Les grandeurs étudiées sont :

...

– ...

- b. Une chanson coûte ... fois moins que 7 chansons.

Je calcule son prix.

$$\frac{10,22}{7 \dots} = \dots$$

333 Une chanson coûte ...

- c. Je viens de calculer le prix d'une unité (une chanson). Je vais maintenant multiplier ce prix par 12 pour calculer le prix de 12 unités, en utilisant ainsi la méthode du **retour à l'unité**.

Je calcule le prix de 12 chansons.

Elles coûtent 12 fois plus cher qu'une chanson.

$$12 \times \dots = \dots$$

Douze chansons coûtent ...

d. Voici le tableau représentant cette situation de proportionnalité.

Nombre de chansons	1	7	12
Prix des chansons (en €)	...	10,22	...

## 2 Reconnaître une situation de proportionnalité

### Remarque

Deux grandeurs liées ne sont pas toujours proportionnelles.

En particulier, le fait que l'on présente dans un tableau les valeurs de ces deux grandeurs n'en garantit pas la proportionnalité.

### Exercice 14.4

Zian a noté dans un tableau les prix pour différentes quantités de croix de Savoie (ce sont des viennoiseries) chez la boulangère.

Nombre de croix de Savoie	1	4	9
Prix ( en €)	1,30	5	11

Le prix à payer est-il proportionnel au nombre de croix de Savoie achetées ?

### Réponse

Si le prix à payer est proportionnel aux nombre de viennoiseries achetées, quatre croix de Savoie doivent coûter quatre fois plus cher qu'une seule.

$$4 \times \dots = \dots$$

Les 4 viennoiseries devraient coûter ... €.

D'après le tableau, quatre croix de Savoie ne coûtent pas ... € mais ... €.

Le prix des croix de Savoie n'est donc ... proportionnel au nombre acheté.

### Exercice 14.5

La taille d'une personne est-elle proportionnelle à son âge ?

### Réponse

Les grandeurs étudiées sont :

- ...
- ...

Ces grandeurs sont-elles liées ? Oui, si l'on considère que la taille d'une personne évolue avec le temps.

Ces grandeurs sont-elle proportionnelles ?

Réfléchissons :

- Si la taille d'une personne est proportionnelle à son âge, à 10 ans cette taille devrait être ... fois plus grande qu'à un an.
- Prenons un enfant qui, à l'âge d'un an, mesure 75 cm.
- Je calcule sa taille à 10 ans, qui devrait donc être 10 fois plus grande.  
 $10 \times \dots = \dots$
- L'enfant devrait donc mesurer ... cm soit ... m, ce qui nous semble impossible.

En conclusion, la taille d'une personne ... proportionnelle à son âge.

### 3 Coefficient de proportionnalité

#### Propriété 63 (coefficient de proportionnalité)

On considère deux grandeurs proportionnelles.

Le nombre par lequel on multiplie une grandeur pour obtenir la seconde s'appelle le **coefficient de proportionnalité**.

Dans un **tableau de proportionnalité**, chaque nombre de la seconde ligne est obtenu en multipliant chaque nombre de la première ligne par un même nombre : le coefficient de proportionnalité.

#### Exercice 14.6

Sachant que le prix des fraises est proportionnel à la quantité vendue, on veut compléter le tableau suivant.

$\div \dots$	Masse de fraises (en kg)	2	3	5	7			$\times \dots$
	Prix des fraises (en €)		11,70			35,10	46,80	

- a. Calculez le coefficient de proportionnalité.
- b. Calculez le prix de 2 kg, 5 kg et 7 kg de fraises.
- c. Calculez les quantités de fraises vendues au prix de 35,10 € et de 46,80 €.

#### Réponse

- a. La troisième colonne du tableau est complète.  
Elle nous indique que 3 kg de fraises coûtent 11,70 €.  
Je peux ainsi calculer le coefficient de proportionnalité  $c$ .

$$c = \frac{\dots}{\dots} = \dots$$

- b. Je connais la quantité de fraises, en la multipliant par le coefficient, j'obtiens son prix de vente.

- Pour 2 kg :  $2 \times \dots = \dots$   
Donc 2 kg de fraises coûtent ...
- Pour 5 kg :  $5 \times \dots = \dots$   
Donc 5 kg de fraises coûtent ...
- Pour 7 kg :  $7 \times \dots = \dots$   
Donc 7 kg de fraises coûtent ...

c. Je connais prix de vente et je détermine la quantité correspondante de fraises en divisant ce prix par le coefficient de proportionnalité.

- Je calcule la quantité de fraises vendue au prix de 35,10 €.

$$\frac{\dots}{\dots} = \dots$$

Donc, pour 35,10 € de fraises on obtient une quantité de ...

- Je calcule la quantité de fraise vendue au prix de 46,80 €.

$$\frac{\dots}{\dots} = \dots$$

Donc, pour 46,80 € de fraises on obtient une quantité de ...

d. Je complète le tableau de proportionnalité.

Masse (en kg)	2	3	5	7	...	...
Prix (en €)	...	11,70	...	...	35,10	46,80

### Exercice 14.7

Pour 6 objets identiques on paie 28,80 €. Combien coûteraient 15 objets ?

### Réponse

Dans ce genre d'énoncé, le terme « identique » nous indique que le prix des objets est proportionnel à la quantité achetée.

Connaissant le prix de 6 objets, je peux calculer le coefficient de proportionnalité.

$$c = \frac{\dots}{\dots} = \dots$$

Je peux maintenant calculer le prix de 15 objets.

$$15 \times \dots = \dots$$

Le prix de 15 objets est ...

**Exercice 14.8**

Dans une cantine scolaire, un pâtissier dispose d'une recette qui indique que pour réaliser un gâteau pour 15 personnes, il faut 8 œufs.

Le pâtissier doit faire un gâteau pour 26 élèves. Combien d'œufs doit-il utiliser ?

**Réponse**

Le nombre d'œufs est proportionnel aux nombre d'élèves.

Je calcule le coefficient de proportionnalité.

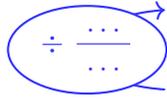
$$c = \frac{\dots}{\dots}$$

Je calcule le nombre d'œufs nécessaire pour 26 élèves, en arrondissant la valeur obtenue à l'entier supérieur si nécessaire.

$$26 \times \frac{\dots}{\dots} = \frac{26 \times \dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} \approx \dots \approx \dots$$

Le cuisinier doit prendre ... œufs pour sa recette.

Réalisons un tableau de proportionnalité.

	Nombre d'élèves	15	26
	Nombre d'œufs	8	$\frac{\dots}{\dots} \approx \dots$