

## 1 Reconnaître des quadrilatères particuliers

### 1.1 Les quadrilatères

**Définition 63** (quadrilatère)

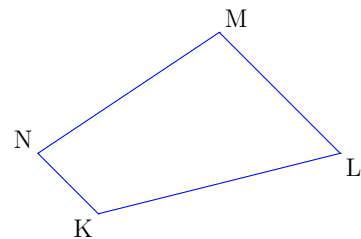
Un **quadrilatère** est un polygone qui a quatre côtés.

**Notation**

On nomme un quadrilatère en citant les lettres de ses sommets dans l'ordre des côtés.

**Exercice 9.1**

- On peut nommer ce quadrilatère  $KLMN$ ,  $LMNK$ , mais pas ...
- Les segments  $[KL]$  et  $[KN]$  sont deux côtés ...
- Les segments  $[KL]$  et  $[MN]$  sont deux côtés ...
- Le segment  $[KM]$  est une ...

**Propriété 33** (quadrilatère)

Un quadrilatère possède quatre côtés, quatre sommets et deux diagonales.

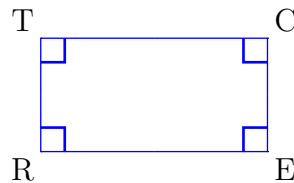
## 1.2 Le rectangle

### Définition 64 (rectangle)

Un **rectangle** est un quadrilatère qui possède quatre angles droits.

### Exercice 9.2

Le codage du quadrilatère  $CERT$  montre quatre angles droits, donc c'est un ...

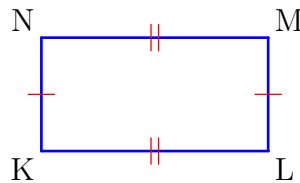


### Propriété 34 (côtés opposés d'un rectangle)

Si un quadrilatère est un rectangle alors deux côtés opposés ont la même longueur.

### Exercice 9.3

Le codage du quadrilatère  $KLMN$  montre que  $KL = \dots$  et  $KN = \dots$ , donc c'est un ...



### Propriété 35 (diagonales d'un rectangle)

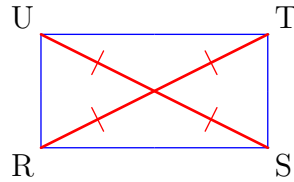
Si un quadrilatère est un rectangle alors ses diagonales se coupent en leur milieu et ont la même mesure.

### Propriété 36 (diagonales d'un rectangle)

Si un quadrilatère a des diagonales de même mesure et qui se coupent en leur milieu alors c'est un rectangle.

### Exercice 9.4

Les diagonales du quadrilatère  $RSTU$  sont de même longueur et se coupent en leur milieu, donc  $RSTU$  est un ...



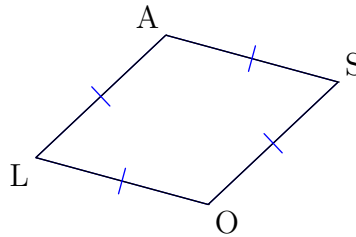
### 1.3 Le losange

#### Définition 65 (losange)

Un **losange** est un quadrilatère qui possède quatre côtés de même longueur.

#### Exercice 9.5

Le quadrilatère  $LOSA$  possède quatre côtés de même longueur. C'est donc un ...



#### Propriété 37 (côtés opposés d'un losange)

Si un quadrilatère est un losange alors ses côtés opposés sont parallèles.

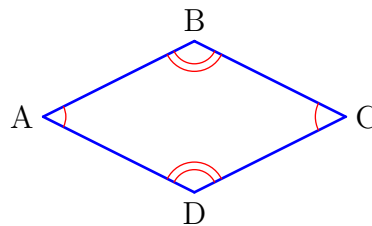
#### Propriété 38 (angles opposés d'un losange)

Si un quadrilatère est un losange alors ses angles opposés sont de même mesure.

#### Exercice 9.6

Le quadrilatère  $ABCD$  est un losange. Ses angles opposés sont de même mesure.

- $\widehat{\dots} = \widehat{\dots}$
- $\widehat{\dots} = \widehat{\dots}$



**Propriété 39 (diagonales d'un losange)**

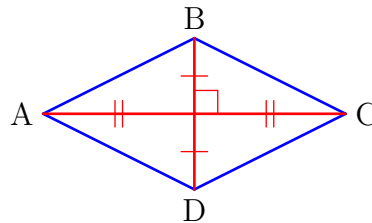
Si un quadrilatère est un losange alors ses diagonales sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu.

**Propriété 40 (diagonales d'un losange)**

Si un quadrilatère a ses diagonales qui sont perpendiculaires et qui se coupent en leur milieu alors c'est un losange.

**Exercice 9.7**

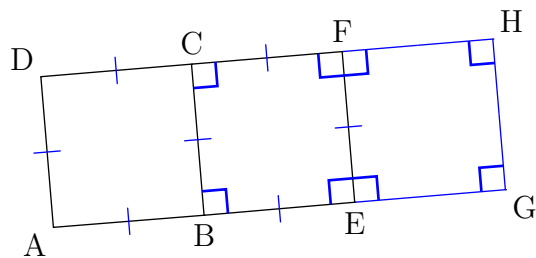
D'après le codage, les diagonales du quadrilatère  $ABCD$  sont perpendiculaires et se coupent en leur milieu, donc  $ABCD$  est un ...

**1.4 Le carré****Définition 66 (carré)**

Un **carré** est un quadrilatère qui possède quatre côtés de même longueur et quatre angles droits.

**Exercice 9.8**

1. Le quadrilatère  $ABCD$  est-il un carré ?
2. Même question pour  $BEFC$ .
3. Même question pour  $EGHF$ .

**Réponse**

1. Le quadrilatère  $ABCD$  est-il un carré ?  
Le codage du quadrilatère  $ABCD$  n'indique pas si ses angles sont droits.  
Je ne peux donc pas affirmer que  $ABCD$  est un carré.

2. Le quadrilatère  $BEFC$  est-il un carré ?

Le codage de la figure nous donne suffisamment d'informations pour réaliser un chaînon déductif.

| Je sais que :                                                                                                                                                        | Propriété : | Conclusion :      |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------|-------------------|
| Les quatre côtés $[BE]$ , $[EF]$ , $[FC]$ et $[CB]$ ont ...<br><br>Les quatre angles $\widehat{CBE}$ , $\widehat{BEF}$ , $\widehat{EFC}$ et $\widehat{FCB}$ sont ... | ...         | $BEFC$ est un ... |

3. Le quadrilatère  $EFGH$  est-il un carré ?

Le codage du quadrilatère  $EGHF$  n'indique pas si les quatre côtés ont la même longueur.

Je ne peux donc pas être sûr que  $EGHF$  est un carré.

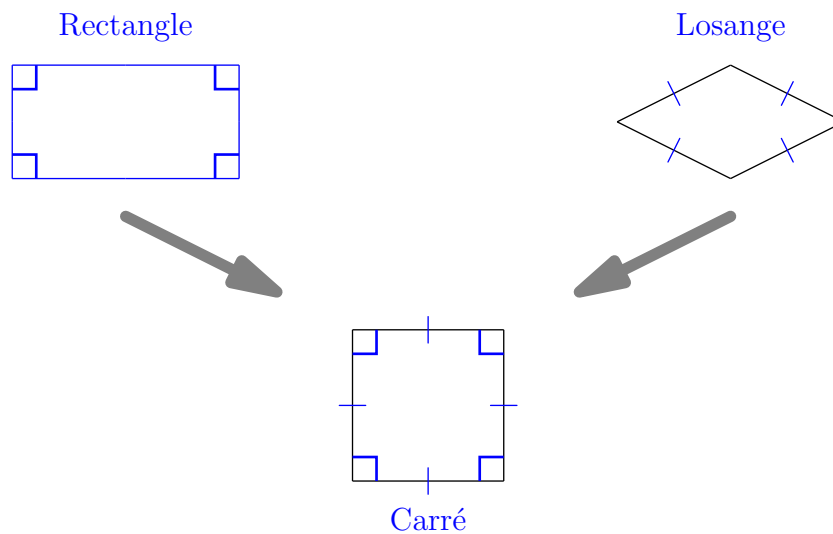
### Remarque

Un carré est un rectangle dont les quatre côtés sont égaux.

Un carré est un losange dont les quatre angles sont droits.

### Propriété 41 (carré, losange et rectangle)

Un carré est à la fois un rectangle et un losange.



**Propriété 42 (diagonales d'un carré)**

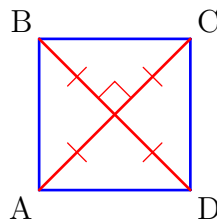
Si un quadrilatère est un carré alors ses diagonales sont perpendiculaires, de même longueur et se coupent en leur milieu.

**Propriété 43 (diagonales d'un carré)**

Si un quadrilatère a des diagonales de même longueur, qui se coupent en leur milieu et qui sont perpendiculaires alors c'est un carré.

**Exercice 9.9**

Le quadrilatère  $ABCD$  possède des diagonales de même longueur, qui se coupent en leur milieu et qui sont perpendiculaires. C'est donc un ...

**Exercice 9.10**

On considère le quadrilatère  $AZUR$ .

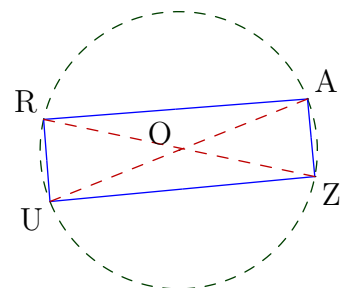
$AU$  et  $RZ$  sont des diamètres du cercle de centre  $O$ .

1. Réalisez un schéma à l'aide de la règle et du compas.
2. Démontrez que  $AZUR$  est un rectangle.

**Réponse**

1. Ci-contre, un schéma possible.
2. Les diagonales du quadrilatère  $AZUR$  sont ... et ....  
Comme ... et ... sont des diamètres d'un même cercle :  
... = ...

Par construction, les deux diagonales qui sont des diamètres du cercles ont le même milieu.



À l'aide d'un chaînon déductif :

| Je sais que :                                                 | Propriété : | Conclusion :              |
|---------------------------------------------------------------|-------------|---------------------------|
| $\dots = \dots$<br>$[\dots]$ et $[\dots]$ ont le même milieu. | ...         | <i>AZUR</i> est un<br>... |

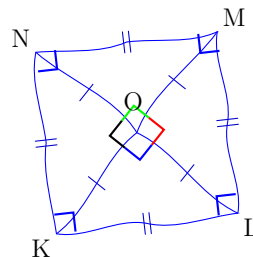
### Exercice 9.11

Soit  $O$  l'intersection des diagonales d'un carré  $KLMN$ .

1. Que peut-on dire des angles  $\widehat{KOL}$ ,  $\widehat{LOM}$ ,  $\widehat{MON}$  et  $\widehat{NOK}$  ?
2. Que peut-on dire des triangles  $KOL$ ,  $LOM$ ,  $MON$  et  $NOK$  ?
3. Tracer à main levée le carré  $KLMN$  et coder la figure réalisée.

### Réponse

1.  $KLMN$  est un carré, donc ses diagonales sont ...  
Donc, les angles  $\widehat{KOL}$ ,  $\widehat{LOM}$ ,  $\widehat{MON}$  et  $\widehat{NOK}$  sont des ...
2. Les triangles  $KOL$ ,  $LOM$ ,  $MON$  et  $NOK$  sont donc ...
3. Voici la figure tracée « à main levée » :



## 2 Constructions particulières

### 2.1 Construire un losange connaissant les longueurs de ses diagonales

#### Exercice 9.12

Écrire un programme de construction du losange  $RENA$ , connaissant les longueurs de ses deux diagonales :

- $RN = 4$  cm.
- $EA = 3$  cm.

Puis construire un losange  $RENA$ .

## Réponse

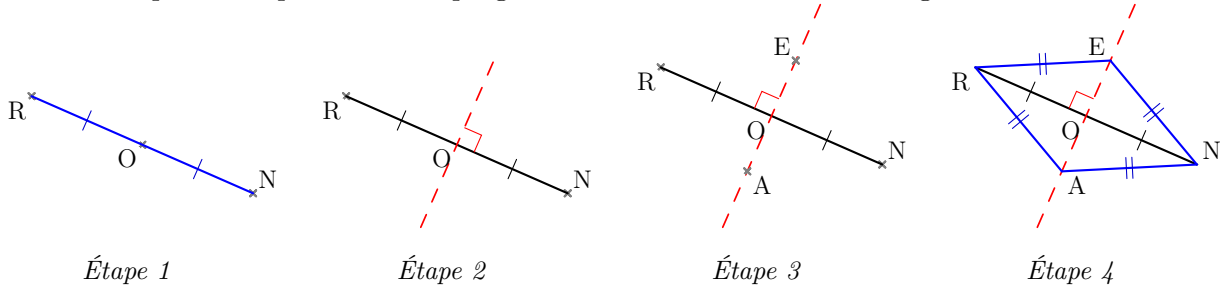
1. Tracer un segment  $[RN]$  de longueur  $\dots$ . Appeler  $O$  son milieu.
2. Tracer la droite perpendiculaire à  $(RN)$  passant par le point  $\dots$
3. Sur cette droite, placer les points  $E$  et  $A$  de part et d'autre de  $O$  et tels que  $O$  soit le milieu de  $[EA]$ .

On a alors :

$$OE = OA = \frac{EA}{2} = \frac{\dots}{2} = \dots$$

4. Tracer le losange  $RENA$ .

Voici les 4 étapes correspondant à ce programme de construction du losange  $RENA$  :



## 2.2 Construire un losange connaissant la longueur d'un côté et un angle

### Exercice 9.13

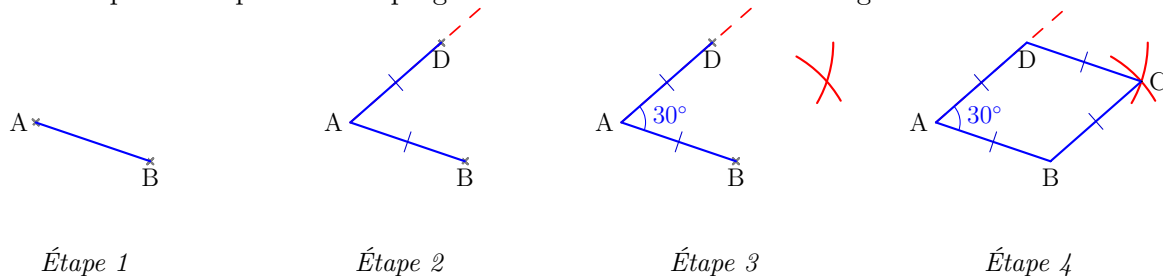
Construire un losange dont un côté mesure 4 cm et dont un angle mesure  $30^\circ$ .

## Réponse

Construisons un losange  $ABCD$  avec  $AB = 4$  cm et  $\widehat{BAD} = 30^\circ$ .

1. Tracer un segment  $[AB]$  de longueur 4 cm.
2. Tracer une demi-droite  $[AD)$  avec  $\widehat{BAD} = 30^\circ$  et  $AD = 4$  cm.
3. Tracer un arc de cercle de centre  $B$  et de rayon 4 cm.  
Tracer un arc de cercle de centre  $D$  et de rayon 4 cm.
4. Placer le point  $C$  à l'intersection de deux arcs de cercle.  
Tracer le losange  $ABCD$ .

Voici les 4 étapes correspondant au programme de construction du losange  $ABCD$ .



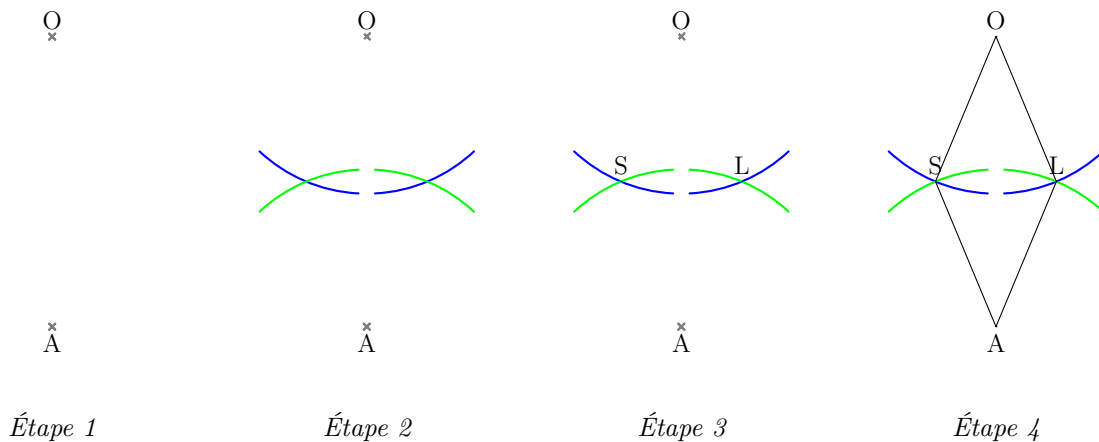
## 2.3 Construire un losange connaissant les longueurs d'un côté et d'une diagonale

### Exercice 9.14

Construire un losange  $LOSA$  de tel que  $LO = 2,6\text{ cm}$  et tel que  $OA = 4,8\text{ cm}$  en indiquant votre programme de construction.

### Réponse

1. Placer deux points  $O$  et  $A$  distants de  $4,8\text{ cm}$ .
2. Tracer un cercle de centre  $O$  et de rayon  $LO$  (en bleu).  
Tracer un cercle de centre  $A$  et de rayon  $LO$  (en vert).
3. Placer les points  $L$  et  $S$  aux intersections de ces deux cercles.
4. Tracer le losange  $LOSA$ .



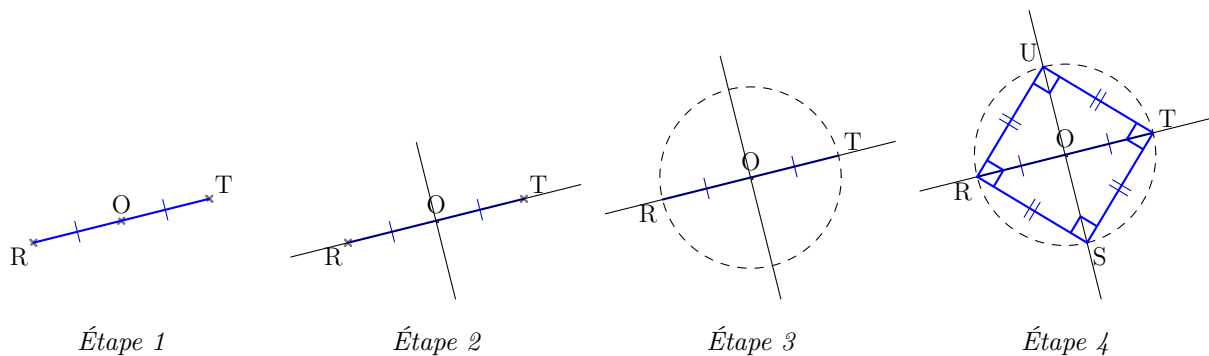
## 2.4 Construire un carré connaissant sa diagonale

### Exercice 9.15

Construire un carré  $RSTU$  de diagonale  $RT = 3\text{ cm}$  en indiquant votre programme de construction.

### Réponse

1. Tracer un segment  $RT$  et placer son milieu  $O$  (étape 1).
2. Tracer la droite perpendiculaire à  $(RT)$  passant par  $O$  (étape 2).
3. Tracer le cercle de centre  $O$  et de rayon  $RO$  (étape 3).
4. Placer les points  $S$  et  $U$  et tracer le carré  $RSTU$  (étape 4).



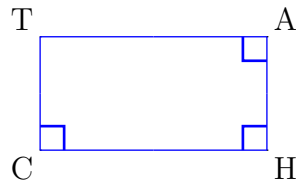
## 2.5 Démonstration d'une propriété

### Propriété 44 (quadrilatère avec trois angles droits)

Si un quadrilatère a trois angles droits alors c'est un rectangle.

#### Démonstration

Démontrons qu'un quadrilatère  $CHAT$  possédant trois angles droits est un rectangle.



Le codage indique que  $(CT) \perp (CH)$  et  $(\dots) \perp (CH)$ .

À l'aide d'un chaînon déductif, démontrons que les droites  $(CT)$  et  $(\dots)$  sont parallèles.

| Je sais que :                          | Propriété : | Conclusion :             |
|----------------------------------------|-------------|--------------------------|
| $(CT) \perp (CH)$<br>$(AH) \perp (CH)$ | ...         | $(CT) \parallel (\dots)$ |

Je sais maintenant que  $(CT) \parallel (\dots)$  et je peux utiliser cette connaissance dans un second chaînon déductif, afin de montrer que  $(CT) \perp (\dots)$ .

| Je sais que :                                 | Propriété : | Conclusion :         |
|-----------------------------------------------|-------------|----------------------|
| $(CT) \parallel (\dots)$<br>$(CT) \perp (CH)$ | ...         | $(CT) \perp (\dots)$ |

Je sais maintenant que  $(CT) \perp (\dots)$  donc  $\widehat{CTA}$  est un angle ...

Le quadrilatère  $CHAT$  possède donc quatre angles droits : c'est un ...