

## 1 Conventions d'écriture

### Définition 6 (expression littérale)

Une **expression littérale** est une expression qui contient une ou plusieurs lettres, et où chaque lettre représente un nombre.

### Exercice 2.1

Complétez le tableau suivant :

Expression	Signification de l'expression et des lettres
$c \times c$	...
$c \times c \times c$	...
$2 \times \pi \times r$	...
$2 \times (L + l)$	...
$L \times l$	...

### Définition 7 (carré d'un nombre)

On appelle **carré** du nombre  $x$  le produit  $x \times x$ .

On note  $x \times x = x^2$  et on lit «  $x$  au carré » ou «  $x$  puissance 2 ».

### Définition 8 (cube d'un nombre)

On appelle **cube** du nombre  $x$  le produit  $x \times x \times x$ .

On note  $x \times x \times x = x^3$  et on lit « x au cube » ou « x puissance 3 ».

### Notation (alléger les écritures)

Le signe de la multiplication «  $\times$  » disparaît ou est remplacé par un point dans les cas suivants : entre deux lettres, entre un nombre et une lettre ou entre des nombres (ou des lettres) et des parenthèses.

### Exercice 2.2

Complétez les écritures suivantes :

Périmètre d'un rectangle de dimensions  $L$  et  $l$  :  $2 \times (L + l) = \dots$   
 $l$  :

Aire d'un cercle de rayon  $r$  :  $\pi \times r \times r = \dots$

Volume d'un cube de côté  $c$  :  $c \times c \times c = \dots$

### Notation (quand conserver le signe « $\times$ »)

Dans une expression, on conserve le signe «  $\times$  » de la multiplication pour distinguer deux nombres ou pour séparer les opérateurs " $\times$ " et "-".

### Remarque

Le produit de (4) par (-5) ne s'écrit jamais «  $4 \times -5$  » mais «  $4 \times (-5)$  ».

### Notation (ordre des facteurs d'un produit)

Les facteurs d'un produit s'écrivent dans l'ordre suivant : les nombres, puis les lettres dans l'ordre alphabétique et enfin les parenthèses.

### Exercice 2.3

Simplifiez :

1.  $y \times x = \dots$

3.  $2 \times u \times 5 \times t = \dots$

2.  $c \times d \times b \times a = \dots$

4.  $(x + 1) \times 3 \times x = \dots$

### Notation (en fonction de $x$ )

Écrire un résultat **en fonction de  $x$** , c'est l'écrire à l'aide d'une expression littérale avec  $x$ .

## Exercice 2.4

- a L'aire d'un carré en fonction de son côté  $x$  est donnée par l'expression ...  
 b Le volume d'une sphère en fonction de son rayon  $r$  est donné par ...

## 2 Distributivité simple

**Définition 9 (distributivité de la multiplication)**

Soient  $a$ ,  $b$ , et  $k$  trois nombres relatifs :

$$k \times (a + b) = k \times a + k \times b.$$

$$k \times (a - b) = k \times a - k \times b.$$

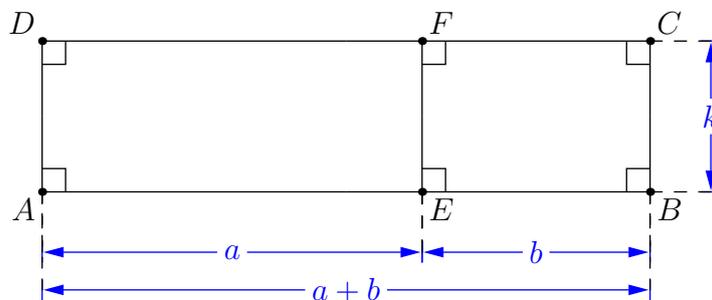
Le nombre  $k$  est ici le **facteur commun**.

On dit que la multiplication est **distributive** par rapport à l'addition.

**Démonstration**

Démontrons « géométriquement » la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition pour des nombres positifs ou nuls.

Dans la figure ci-dessous,  $a$ ,  $b$  et  $k$  sont des longueurs, donc  $a \geq 0$ ,  $b \geq 0$  et  $k \geq 0$ .



Exprimons l'aire du rectangle ABCD en fonction de ses dimensions  $k$  et  $(a + b)$  :

$$\mathcal{A}_{ABCD} = k \times (a + b).$$

L'aire de ABCD est aussi égale à la somme des aires des rectangles AEFD et EBCF.

$$\mathcal{A}_{AEFD} = k \times a$$

$$\mathcal{A}_{EBCF} = k \times b$$

$$\mathcal{A}_{ABCD} = \mathcal{A}_{AEFD} + \mathcal{A}_{EBCF} = k \times a + k \times b.$$

On en déduit l'égalité :

$$k \times (a + b) = k \times a + k \times b.$$

Nous avons donc démontré, par une approche géométrique, cette égalité lorsque  $k$ ,  $a$  et  $b$  sont des nombres positifs ou nuls. ■

### 3 Développer une expression

#### Définition 10 (développer une expression)

**Développer**, c'est transformer un produit en somme.

Pour développer une expression, on peut utiliser la distributivité simple.

#### Exercice 2.5

Développez les expressions suivantes :

A.  $= 3(a + b) = \dots$

B.  $= 2(x + 5) = \dots$

C.  $= 5(3x + 5) = \dots$

D.  $= 7(2t + 3u) = \dots$

E.  $= 4(2x + y + 3z) = \dots$

F.  $= 10(a - 3) = \dots$

G.  $= 4(-x + 1) = \dots$

H.  $= 8(-a + 2b - 3c - d) = \dots$

### 4 Réduire un produit

#### Définition 11 (réduire un produit)

**Réduire** un produit, c'est l'écrire avec le moins de facteurs possibles.

Pour réduire un produit on peut permuter l'ordre des facteurs.

#### Exercice 2.6

Réduisez les produits suivants :

1.  $a \times b \times a.$

3.  $c \times c.$

5.  $b \times 5 \times a \times a \times b \times a.$

2.  $2 \times u \times 5 \times t.$

4.  $c \times c \times c.$

6.  $(x + 1) \times (x + 1) \times (x + 1).$

### Réponse

1.  $a \times b \times a = \dots$
2.  $2 \times u \times 5 \times t = \dots$
3.  $c \times c = \dots$
4.  $c \times c \times c = \dots$
5.  $b \times 5 \times a \times a \times b \times a = \dots$
6.  $(x + 1) \times (x + 1) \times (x + 1) = \dots$

## 5 Réduire une somme algébrique

### Définition 12 (réduire une somme algébrique)

**Réduire** une somme algébrique, c'est l'écrire avec le moins de termes possibles. Pour réduire une somme, on peut utiliser la distributivité de la multiplication sur l'addition.

### Exercice 2.7

Réduisez si possible les expressions suivantes :

$$A = 3x + 5x = \dots$$

$$B = 7a + a = \dots$$

$$C = 10t - 3t = \dots$$

$$D = 20x - 6x = \dots$$

$$E = 2a + 1 = \dots$$

$$F = 3x^2 + 2x^2 = \dots$$

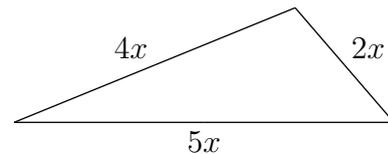
$$G = 3x^2 + 11x = \dots$$

$$H = 2a + 3 + a + 9 = \dots$$

$$I = 3b - 2a - 4b - a = \dots$$

### Exercice 2.8

Exprimez le périmètre  $\mathcal{P}$  d'un triangle dont les côtés mesurent respectivement  $5x$ ,  $4x$  et  $2x$ .



### Réponse

$$\mathcal{P} = \dots$$

$$\mathcal{P} = \dots$$

$$\mathcal{P} = \dots$$

## 6 Factoriser avec la distributivité simple

### Définition 13 (factoriser)

**Factoriser**, c'est transformer une somme en produit.

### Propriété 21 (factoriser avec la distributivité simple)

Si une somme algébrique comporte un facteur commun, alors on peut utiliser la distributivité simple pour la factoriser.

### Exercice 2.9

Factorisez les expressions suivantes :

$$A = 3 \times x + 3 \times 2 = \dots$$

$$B = 5 \times 3 - 5 \times a = \dots$$

$$C = 7 \times t - 7 \times w + 7 \times 3 = \dots$$

$$D = 10 \times x - 5 \times y = \dots$$

$$E = x^2 + 5x = \dots$$

$$F = 3abc + 2ab = \dots$$

## 7 Calculer la valeur d'une expression littérale

### Méthode

Pour calculer la valeur d'une expression littérale, il faut donner une valeur à chaque lettre figurant dans l'expression.

### Exercice 2.10

1. Calculez la valeur de chacune des expressions suivantes pour  $x = -2$ .

$$A = 10x + 2.$$

$$B = 3 - 4x.$$

$$C = 10x^2 + x - 1.$$

$$D = x(x - 1)(x - 2).$$

2. Calculez la valeur de chacune des expressions suivantes pour  $a = 10$  et  $b = -1$ .

$$E = 5a^2 + 3ab + b^2.$$

$$F = (2a - 3b)(a + b).$$

3. Calculez l'aire  $\mathcal{A}$  d'un rectangle de longueur  $t + 5$  et de largeur  $t + 1$  pour  $t = 4$  cm.

### Réponse

1.  $A = 10x + 2 = \dots$

$$B = 3 - 4x = \dots$$

$$C = 10x^2 + x - 1 = \dots$$

$$= \dots$$

$$D = x(x - 1)(x - 2) = \dots$$

$$= \dots$$

2. Pour  $a = 10$  et  $b = -1$  :

$$E = \dots$$

$$= \dots$$

$$F = \dots$$

$$= \dots$$

3. Pour  $t = 4$  cm :

$$\mathcal{A} = \dots$$

L'aire du rectangle mesure  $\dots$

## 8 Égalité de deux expressions

### Définition 14 (expressions égales)

Deux expressions littérales sont dites **égales** si elles sont égales pour toutes les valeurs de la lettre (ou des lettres) figurant dans l'expression.

### Méthode

Pour montrer que deux expressions sont égales, on peut les développer et les réduire.

### Exercice 2.11

1. Exprimez sous forme d'un produit l'aire  $\mathcal{A}_1$  d'un rectangle de dimensions  $3x$  et  $(2x + 4)$ .
2. Même question pour l'aire  $\mathcal{A}_2$  d'un rectangle de dimensions  $6$  et  $(x^2 + 2x)$ .
3. Déterminez si les aires de ces deux rectangles sont égales.

### Réponse

1.  $\mathcal{A}_1 = 3x \times (2x + 4)$ .

2.  $\mathcal{A}_2 = 6 \times (x^2 + 2x)$ .

3. Développons :

$$\mathcal{A}_1 = \dots$$

$$\mathcal{A}_2 = \dots$$

On constate que les expressions développées et réduites de  $\mathcal{A}_1$  et  $\mathcal{A}_2$  sont égales :  $\mathcal{A}_1 = \mathcal{A}_2$ .

Les aires des deux rectangles sont donc égales.

### Propriété 22 (montrer que deux expressions sont différentes)

Si, pour au moins une valeur, deux expressions prennent des valeurs différentes, alors ces expressions ne sont pas égales.

### Exercice 2.12

Le nombre  $x$  est un nombre relatif.

$$A = (2x + 3)(x + 4)(5x + 1).$$

$$B = (3x + 2)(x + 5)(4x + 1).$$

Montrez que les expressions littérales  $A$  et  $B$  ne sont pas égales.

### Réponse

Calculons la valeur de  $A$  et celle de  $B$  pour  $x = 0$  :

$$A = \dots$$

$$B = \dots$$

Pour  $x = 0$ , les valeurs de  $A$  et de  $B$  sont différentes, donc les expressions  $A$  et  $B$  ne sont pas égales.

## 9 Suppression de parenthèses

### Propriété 23 (opposé d'une somme algébrique)

L'opposé d'une somme algébrique est égal à la somme des opposés de ses termes.  
En particulier :

$$-(a + b) = -a - b.$$

$$-(a - b) = -a + b.$$

$$-(-a + b) = a - b.$$

$$-(-a - b) = a + b.$$

### Exercice 2.13

Développez et réduisez :

$$A = (3x - 1) - (2x - 3) = \dots\dots\dots$$

$$B = (5 - 2a) - (9 - 4a + x) = \dots\dots\dots$$

$$C = -(7y + 1) - (-4x) - (5 - y) \dots\dots\dots$$

$$D = 1 - 5x - [x - 7 - (3 - 2x)] \dots\dots\dots$$

### Remarque

Le schéma récapitulatif page suivante synthétise les principales définitions et propriétés de ce chapitre.

