CHAPITRE 21

ESPACE ET VOLUMES

1 Perspective cavalière (rappels)

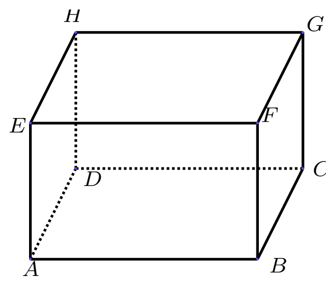
Définition 69 (perspective cavalière)

La **perspective cavalière** est une façon de représenter un polyèdre dans une figure à deux dimensions, en respectant les règles suivantes :

1. Représenter les faces avant et arrière en vraie grandeur.
2. Représenter les arêtes parallèles et de même longueur par des segments de droite parallèles et de même longueur.
3. Représenter les arêtes cachées par des segments de droite en pointillés.

Exercice 21.1

Ci-contre :



a. La figure représentée en perspective cavalière est un ...

b. Ses sommets sont ...

c. Les arêtes cachées sont ...

2 Volume et contenance (rappels)

Définition 70 (rappels)

Le **volume** d'un solide est la mesure de l'espace occupé par ce solide.

Exercice 21.2

Á l'aide du tableau de conversion, effectuer les conversions de volumes demandées :

$\times 1\,000$ $\times 1\,000$ $\times 1\,000$ $\times 1\,000$ $\times 1\,000$ $\times 1\,000$

km^3			hm^3			dam^3			m^3			dm^3			cm^3			mm^3		
										4	5									

$\div 1\,000$ $\div 1\,000$ $\div 1\,000$ $\div 1\,000$ $\div 1\,000$ $\div 1\,000$

a. $45\,m^3 = \ \ldots \ \ dm^3$.

b. $840\,cm^3 = \ \ldots \ \ m^3$.

c. $60\,mm^3 = \ \ldots \ \ cm^3$.

d. $3{,}1\,m^3 = \ \ldots \ \ cm^3$.

e. $2\,km^3 = \ \ldots \ \ m^3$.

f. $5{,}9\,m^3 = \ \ldots \ \ cm^3$.

Définition 71 (rappels)

La **contenance** ou **capacité** d'un récipient correspond à la quantité de matière qu'il peut contenir.

Exercice 21.3

Á l'aide du tableau de conversion, effectuer les conversions de volumes demandées :

hL	daL	L	dL	cL	mL
		0,	4		

a. $0{,}4\,L = \ \ldots \ \ cL$.

b. $70\,mL = \ \ldots \ \ L$.

c. $12\,L = \ \ldots \ \ dL$.

d. $3\,780\,cL = \ \ldots \ \ L$.

Définition 72 (litre)

1 **litre** (L) représente la contenance d'un cube dont l'arête mesure 1 dm.

$$1\,L = 1\,dm^3.$$

Exercice 21.4

Á l'aide du tableau de conversion, effectuer les conversions de volumes demandées :

km^3			hm^3			dam^3			m^3			dm^3			cm^3			mm^3		
												hL	daL	L	dL	cL	mL			
											0,	7								

a. $0{,}7\,\text{m}^3 = \ \dots$ L.

b. $9{,}2\,\text{L} = \ \dots$ cm^3.

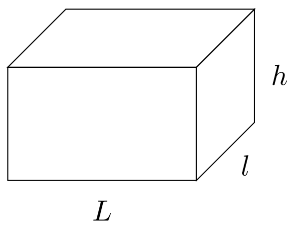
c. $300\,\text{mL} = \ \dots$ m^3.

d. $75\,\text{mL} = \ \dots$ cm^3.

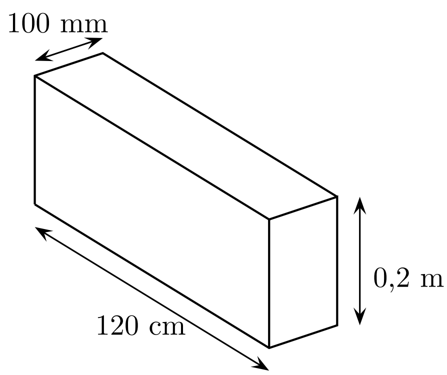
3 Pavé droit (rappels)

Définition 73 (volume d'un pavé droit)
Le volume V d'un pavé droit de longueur L, de largeur l et de hauteur h est :

$$V = L \times l \times h$$



Exercice 21.5



Le dessin ci-contre représente un pavé droit.

1. Calculer son volume exact en dm^3.
2. Convertir ce volume en m^3.
3. Convertir ce volume en cm^3.
4. Calculer la contenance du pavé droit en L.

Réponse

1. Je convertis les dimensions du pavé droit en dm :
   - Longueur : $L = 120\,\text{cm} = \ \dots$ dm.
   - Largeur : $l = 100\,\text{mm} = \ \dots$ dm.
   - Hauteur : $h = 0{,}2\,\text{m} = \ \dots$ dm.

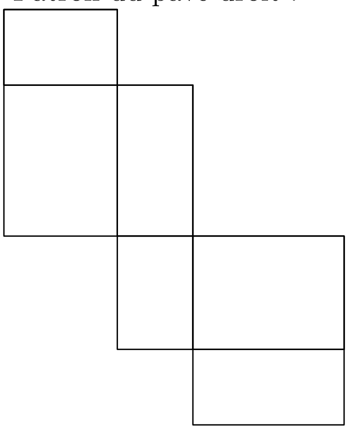
Je calcule le volume du pavé droit :
$V = L \times l \times h = \ \dots \ \times \ \dots \ \ \dots \times = \ \dots \text{ dm}^3$.

2. On a $1\,000\,\text{dm}^3 = 1\,\text{m}^3$ donc $V = \ \dots$
3. On a $1\,\text{dm}^3 = 1\,000\,\text{cm}^3$ donc $V = \ \dots$
4. On a $1\,\text{dm}^3 = 1\,\text{l}$ donc $V = \ \dots$

Exercice 21.6

Tracez en perspective cavalière le pavé droit dont on donne un patron.

Patron du pavé droit :



Pavé droit en perspective cavalière :
...

4 Prisme droit

Définition 74 (prisme droit)

Un **prisme droit** est un solide qui possède :

– deux faces parallèles et superposables qui sont des polygones, appelés **bases**.

– des faces rectangulaires perpendiculaires aux bases, appelées **faces latérales**.

La **hauteur** d'un prisme droit est la longueur commune des arêtes latérales.

Exercice 21.7

Ci-contre :

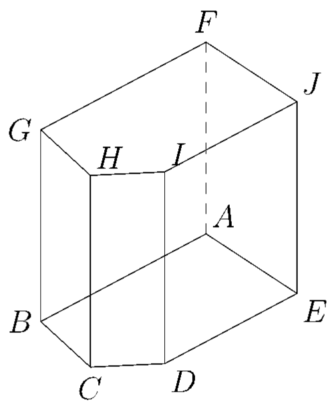
– Le solide $ABCDEFGHIJ$ est un ...

– Le polygone $ABCDE$ constitue ...

– Le polygone $FGHIJ$ constitue l'autre ...

– Ces deux polygones sont ...

– L'arête AF est la ... du prisme droit.



5 Cylindre de révolution

Définition 75 (cylindre de révolution)
Un **cylindre de révolution** est un solide formé :

- d'une face en forme de disque ;
- d'une seconde face parallèle et superposable, en forme de disque de même rayon ;
- d'une surface courbe qui joint ces deux disques, appelée face latérale.

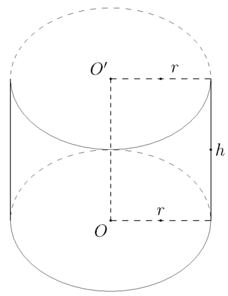
La **hauteur** d'un cylindre de révolution est la longueur du segment qui joint les centres des deux disques.

Exercice 21.8

Dans le cylindre ci-contre :

- le disque de centre O et de rayon r est l'une des ...
- le disque de centre O' et de rayon r est l'autre ...
- la longueur $OO' = h$ est la ... du cylindre.

On remarque que la hauteur $[OO']$ est perpendiculaire à chacun des ...



6 Volumes

Propriété 76 (volume d'un cylindre ou d'un prisme droit)
Le volume d'un cylindre ou d'un prisme droit]est égal au produit de l'aire de sa base $\mathcal{B}$ par sa hauteur h :

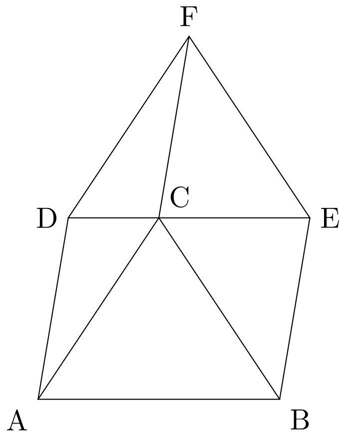
$$V = \text{aire de la base} \times \text{hauteur} = \mathcal{B} \times h.$$

Remarque

La base d'un cylindre est un disque de rayon r.
L'aire de ce disque est égale à $\pi \times r^2$.
Le volume du cylindre, dont on appellera h la hauteur, est donc :

$$V_{\text{cyl}} = \pi \times r^2 \times h.$$

Exercice 21.9



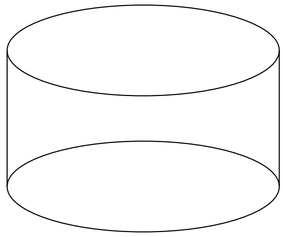
On considère une structure en marbre ayant la forme d'un prisme $ABCDEF$.
L'aire du triangle ABC mesure 1,7 m^2 et $BE = 2{,}8\,\text{m}$

Calculez le volume V_1 de ce prisme.

Réponse
ABC est une base et BE est une hauteur du prisme. Donc :
$V_1 =$ aire de la base $\times$ hauteur
$V_1 = 1,7 \times 2,8 = \ \ldots$

Le volume du prisme mesure $\ldots$

Exercice 21.10



On considère le bassin de forme cylindrique ci-contre.
La hauteur h du cylindre mesure 1,2 m.
Il a pour base un disque de rayon $r = 2{,}3\,\text{m}$.

Calculez le volume V_2 de ce cylindre, en m^3, arrondi au centième.

Réponse
Je calcule le volume du cylindre :
$V_2 = \pi \times r^2 \times h$
$V_2 = \pi \times 1,2 \times 2,3^2 \approx \ \ldots$

Le volume du cylindre mesure environ $\ldots$

Exercice 21.11

Prolongeons les deux exercices précédents en immergeant la sculpture dans le bassin.

1. Quel volume d'eau (en m^3, arrondi au centième) faut-il pour remplir alors le bassin ?
2. Convertir ce volume en litres.

Réponse

1. Le volume d'eau demandé est donné par : $V = V_2 - V_1$.

   $V = \approx \ \ldots$

   Le volume d'eau nécessaire mesure environ $\ldots$

2. Sachant que 1 000 L correspondent à 1 m^3 :

   $1\,000 \times \ \ldots \ \approx \ \ldots$

   Il faut donc environ $\ldots$ litres d'eau.