

## 1 Écriture décimale et écriture fractionnaire

### Définition 8 (fraction)

Soient  $a$  un nombre entier et  $b$  un nombre entier non nul.

Le **quotient** de  $a$  par  $b$  est le nombre qui multiplié par  $b$  donne  $a$ .

On peut le noter de deux façons :

$$a : b \quad \text{ou encore} \quad \frac{a}{b}.$$

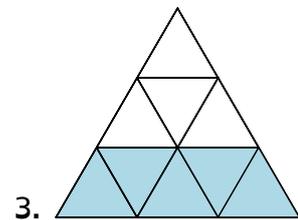
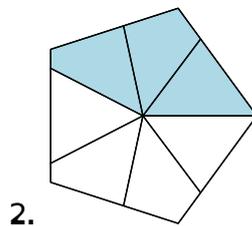
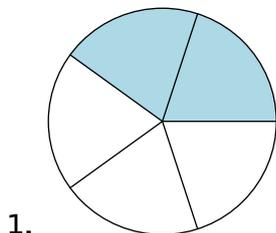
Le nombre  $\frac{a}{b}$  est une **fraction**.

Le nombre  $a$  est le **numérateur**.

Le nombre  $b$  est le **dénominateur**.

### Exercice 3.1

Représentez par une fraction la partie coloriée de chaque figure.



## Réponse

1. Dans la figure 1, la partie coloriée représente la fraction ...

2. Dans la figure 2, la partie coloriée représente la fraction ...

3. Dans la figure 3, la partie coloriée représente la fraction ...

### Exercice 3.2

Écrivez si possible sous forme de nombre décimal les expressions ou fractions suivantes.

a.  $23 + \frac{7}{10} + \frac{2}{100} = \dots$

Rappel de sixième : une somme de fractions décimales peut s'écrire sous la forme d'un nombre décimal.

b.  $\frac{2}{5} = \dots$

c.  $\frac{4}{3} = \dots$

Rappel de sixième : un quotient n'est pas toujours un nombre décimal ! On ne peut pas toujours écrire une fraction comme un nombre décimal.

#### Définition 9 (écriture fractionnaire)

Soient  $a$  un nombre entier ou décimal et  $b$  un nombre entier non nul.

Le nombre  $\frac{a}{b}$  est l'**écriture fractionnaire** du quotient de  $a$  par  $b$ .

#### Remarque

En d'autres termes, une fraction est une écriture fractionnaire dont le numérateur et le dénominateur sont obligatoirement des nombres entiers.

### Exercice 3.3

Pour chaque nombre, indiquez s'il s'agit d'une fraction ou une écriture fractionnaire ; indiquez le numérateur et le dénominateur :

1. Le nombre  $\frac{2}{13}$  est ... .

Le numérateur est ... et le dénominateur est ...

2. Le nombre  $\frac{123,567}{3458}$  es ...

Le numérateur est ... et le dénominateur est ...

## 2 Représenter une fraction sur une droite graduée

### Méthode (repérer une fraction sur une droite graduée)

Pour placer une fraction  $\frac{a}{n}$  sur une droite graduée :

- On partage l'unité en  $n$  segments de longueurs égales.
- On reporte  $a$  fois cette longueur à partir de l'origine.

### Exercice 3.4

Placez sur une droite graduée les points d'abscisses respectives  $\frac{4}{7}$  et  $\frac{8}{7}$ .

### Réponse

- On trace une droite en plaçant une origine  $O$  et un point  $I$  (par exemple) d'abscisse 1.
- Le dénominateur commun à ces deux fractions est 7.
- On partage donc l'unité en ... parties égales et on prolonge la graduation au-delà de l'unité autant que nécessaire.
- On place ensuite le point  $A$  d'abscisse ... et le point  $B$  d'abscisse ...



## 3 Quotients égaux et simplification de fractions

### 3.1 Généralités

#### Propriété 10 (quotients égaux)

Soient  $a$ ,  $b$  et  $c$  des nombres relatifs avec  $b \neq 0$  et  $c \neq 0$ .

Alors :

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times c}{b \times c} \quad \text{et} \quad \frac{a}{b} = \frac{a \div c}{b \div c}$$

**Propriété 11 (multiplier le numérateur et le dénominateur par un même nombre)**

On ne change pas la valeur d'une fraction si on multiplie ou si on divise le numérateur et le dénominateur par un même nombre non-nul.

**Exercice 3.5**

Complétez les écritures suivantes :

$$\frac{3}{5} \stackrel{\times 2}{=} \frac{3 \times 2}{5 \times 2} = \frac{\dots}{\dots}$$

Multiplier par un même nombre.

$$\frac{15}{21} \stackrel{\div 3}{=} \frac{15 \div 3}{21 \div 3} = \frac{\dots}{\dots}$$

Diviser par un même nombre.

**Propriété 12 (simplifier une fraction)**

On **simplifie** une fraction en la transformant en une fraction égale qui possède un numérateur et un dénominateur plus petits.

**Définition 10 (fraction irréductible)**

Une **fraction irréductible** est une fraction qui ne peut pas être simplifiée : on ne peut pas trouver de fraction égale dont le dénominateur et le numérateur soient plus petits.

**Exercice 3.6**

Simplifiez les fractions suivantes :

A =  $\frac{15}{12} = \dots$

B =  $\frac{42}{49} = \dots$

C =  $\frac{12}{18} = \dots$

D =  $\frac{36}{48} = \dots$

### 3.2 Simplifier une écriture fractionnaire

#### Méthode (simplifier une écriture fractionnaire)

Pour simplifier une écriture fractionnaire, on peut multiplier le numérateur et le dénominateur par 10, par 100, par 1 000, ... pour obtenir une fraction dont le numérateur et le dénominateur sont des entiers.

#### Exercice 3.7

Transformez en fraction les écritures fractionnaires suivantes :

#### Réponse

$$\text{a. } \frac{3,7}{14} = \frac{3,7 \times \dots}{14 \times \dots} = \frac{\dots}{\dots}$$

$$\text{b. } \frac{5,41}{2,9} = \frac{5,41 \times \dots}{2,9 \times \dots} = \frac{\dots}{\dots}$$

$$\text{c. } \frac{0,14}{2,983} = \frac{0,14 \times \dots}{2,983 \times \dots} = \frac{\dots}{\dots}$$

### 3.3 Simplifier une fraction en utilisant les critères de divisibilité

#### Méthode (simplifier une fraction en utilisant les critères de divisibilité)

Pour simplifier une fraction, on peut appliquer les critères de divisibilité usuels au numérateur et au dénominateur.

#### Exercice 3.8

Simplifiez les fractions suivantes à l'aide des critères de divisibilité.

$$\text{a. } \frac{340}{360}$$

$$\text{b. } \frac{315}{495}$$

#### Réponse

$$\text{a. Simplifions } \frac{340}{360} :$$

– Première étape : le chiffre des unités de 340 et de 360 est ... , donc ces deux nombres sont divisibles par 10 et :

$$\frac{340}{360} = \frac{340 \div 10}{360 \div 10} = \frac{\dots}{\dots}$$

- Seconde étape : le chiffre des unités de 34 et de 36 est pair, donc ces nombres sont divisibles par ... et :

$$\frac{34}{36} = \frac{34 \div 2}{36 \div 2} = \frac{\dots}{\dots}$$

La fraction  $\frac{\dots}{\dots}$  est ...

b. Simplifier  $\frac{315}{495}$ .

- Première étape : le chiffre des unités de 315 et de 495 est ..., donc ces nombres sont divisibles par ...

$$\frac{315}{495} = \frac{315 \div 5}{495 \div 5} = \frac{\dots}{\dots}$$

- Seconde étape : les somme des chiffres de 63 et de 99 sont des multiples de 9, donc ces nombres sont divisibles par ...

$$\frac{63}{99} = \frac{63 \div 9}{99 \div 9} = \frac{\dots}{\dots}$$

La fraction  $\frac{\dots}{\dots}$  est ...

### 3.4 Simplifier une fraction à l'aide de décomposition en produits de facteurs premiers

#### Propriété 13

On peut décomposer le numérateur et le dénominateur d'une fraction en produits de facteurs premiers de façon à faciliter une simplification.

#### Exercice 3.9

Simplifiez les fractions suivantes en utilisant la décomposition en facteurs premiers.

a.  $\frac{420}{234}$ .

b.  $\frac{1656}{2052}$ .

#### Réponse

$$a. \frac{420}{234} = \frac{2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7}{2 \times 3 \times 3 \times 13} = \frac{\cancel{2} \times 2 \times \cancel{3} \times 5 \times 7}{\cancel{2} \times \cancel{3} \times 3 \times 13} = \frac{2 \times 5 \times 7}{3 \times 13} = \frac{\dots}{\dots}$$

$$b. \frac{1656}{2052} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 23}{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 19} = \frac{\cancel{2} \times \cancel{2} \times 2 \times \cancel{3} \times \cancel{3} \times 23}{\cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{3} \times 3 \times \cancel{3} \times 19} = \frac{2 \times 23}{3 \times 19} = \frac{\dots}{\dots}$$

#### Exercice 3.10

Simplifiez les fractions suivantes en utilisant la décomposition en facteurs premiers.

### 3 Fractions : simplification, proportion

a.  $\frac{32}{48}$ .

b.  $\frac{18}{54}$ .

**Réponse**

...