

1 Produire une expression littérale

Exercice 7.1

On considère les deux programmes de calcul suivants :

Programme n° 1

1. Choisir un nombre.
2. Le multiplier par 6.
3. Ajouter 2.

Programme n° 2

1. Choisir un nombre.
2. Ajouter 7.
3. Multiplier le résultat par 3.

1. Pour le programme de calcul numéro un n° 1, calculez le résultat obtenu lorsque :
 - a) Le nombre de départ est 2.
 - b) Le nombre de départ est 7.
 - c) Le nombre de départ est un nombre inconnu noté x .
2. Mêmes questions pour le programme de calcul numéro n° 2.

Réponse

1. Programme de calcul n° 1 :
 - a) Pour 2, on obtient ...
 - b) Pour 7, on obtient ...
 - c) Pour x , on obtient ...

2. Programme de calcul n° 2 :
 - a) Pour 2, on obtient ...
 - b) Pour 7, on obtient ...
 - c) Pour x , on obtient ...

Définition 21 (expression littérale)

Une **expression littérale** est une expression qui contient une ou plusieurs lettres, et où chaque lettre représente un nombre.

Exercice 7.2

Pour chaque expression proposée, complétez le tableau en indiquant :

- son rôle : calcule-t-on un périmètre, une aire ou un volume ? Toute autre chose ?
- la signification de chaque lettre dans l'expression.

Réponse

Expression littérale	À quoi sert-elle ?	Signification de chaque lettre
$4 \times c$	...	...
$2 \times (L + l)$	...	...
$2 \times \pi \times r$	...	...
$c \times c$	...	...
$L \times l$	...	...
$c \times c \times c$	...	...
$L \times l \times h$	...	...

Exercice 7.3

Ci-dessous, distinguez les expressions numériques et les expressions littérales :

- L'expression $3 \times a + b$ est une expression ...
- L'expression $5 \times (10 - 3)$ est une expression ...
- L'expression $5 \times 2 + 8 \times 4 + x$ est une expression ...

2 Carrés et cubes**Définition 22 (carré d'un nombre)**

On appelle **carré** du nombre x le produit $x \times x$.

On note $x \times x = x^2$ et on lit « x au carré » ou « x puissance 2 ».

Définition 23 (cube d'un nombre)

On appelle **cube** du nombre x le produit $x \times x \times x$.

On note $x \times x \times x = x^3$ et on lit « x au cube » ou « x puissance 3 ».

Notation (alléger les écritures)

Le signe de la multiplication « $\times$ » disparaît ou est remplacé par un point dans les cas suivants :

- Entre deux lettres : $a \times b = ab$.
- Entre un nombre et une lettre : $5 \times x = 5x$.
- Entre un nombre (ou une lettre) et des parenthèses : $3 \times (2 + x) = 3(2 + x)$.

Exercice 7.4

Allégez l'écriture de chaque expression :

Périmètre d'un carré de côté c :

$$4 \times c = \dots$$

Périmètre d'un rectangle de dimensions L et l :

$$2 \times (L + l) = \dots$$

Aire d'un cercle de rayon r :

$$\pi \times r \times r = \dots$$

Volume d'un cube de côté c :

$$c \times c \times c = \dots$$

Notation (quand conserver le signe « $\times$ »)

Dans une expression, on conserve le signe « $\times$ » de la multiplication pour distinguer deux nombres ou pour séparer les opérateurs « $\times$ » et « $-$ ».

Remarques

1. On ne peut pas écrire 1070 en lieu et place de 10×70 !
2. Le produit de 4 par (-5) ne s'écrit jamais « 4×-5 » mais « $4 \times (-5)$ ».

Exercice 7.5

Allégez les écritures suivantes :

$$1. \ b \times a = \dots$$

$$3. \ 3 \times l \times 6 \times k = \dots$$

$$2. \ c \times d \times b \times a = \dots$$

$$4. \ (x + 1) \times 3 \times x = \dots$$

Définition 24 (en fonction de x)

Écrire un résultat **en fonction de x** , c'est l'écrire à l'aide d'une expression littérale avec x .

Exercice 7.6

Complétez les phrases suivantes :

- a L'aire d'un carré ... de son côté c est donnée par l'expression ...
- b L'aire d'un cercle ... de son rayon r est donné par ...
- c Le volume V d'un cercle de côté c est donné par $V = c^3$. Cette formule permet de calculer ... en fonction de ...

3 Distributivité simple**Définition 25 (distributivité de la multiplication)**

Soient a , b , et k trois nombres relatifs :

$$k \times (a + b) = k \times a + k \times b.$$

$$k \times (a - b) = k \times a - k \times b.$$

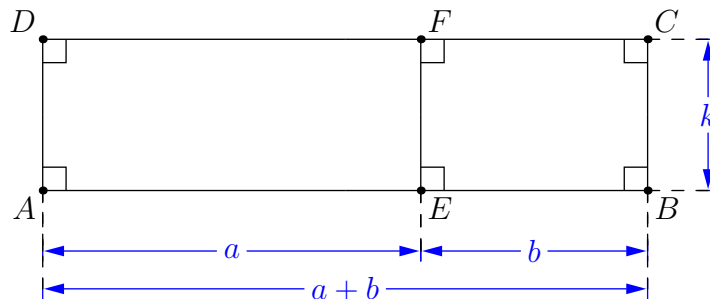
k est ici le **facteur commun**.

On dit que la multiplication est **distributive** par rapport à l'addition.

Démonstration

Démontrons « géométriquement » la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition pour des nombres positifs ou nuls.

Dans la figure ci-dessous, a , b et c sont des longueurs, donc $a \geq 0$, $b \geq 0$ et $c \geq 0$.



Exprimons l'aire du rectangle $ABCD$ en fonction de ses dimensions k et $(a + b)$:

$$\mathcal{A}_{ABCD} = k \times (a + b).$$

L'aire de $ABCD$ est aussi égale à la somme des aires des rectangles $AEFD$ et $EBCF$:

$$\mathcal{A}_{AEFD} = k \times a.$$

$$\mathcal{A}_{EBCF} = k \times b.$$

$$\mathcal{A}_{ABCD} = \mathcal{A}_{AEFD} + \mathcal{A}_{EBCF} = k \times a + k \times b.$$

On en déduit l'égalité :

$$k \times (a + b) = k \times a + k \times b.$$

Nous avons donc démontré, par une approche géométrique, cette égalité lorsque k , a et b sont des nombres positifs ou nuls. ■

4 Réduire un produit

Définition 26 (réduire un produit)

Réduire un produit, c'est l'écrire avec le moins de facteurs possibles.

Remarque

Pour réduire un produit on peut permuter l'ordre des facteurs.

Exercice 7.7

Réduire les produits suivants :

$$1. a \times b \times a = \dots$$

$$2. 2 \times u \times 5 \times t = \dots$$

$$3. c \times c = \dots$$

$$4. c \times c \times c = \dots$$

$$5. b \times 5 \times a \times a \times b \times a = \dots$$

$$6. (x+1) \times (x+1) \times (x+1) = \dots$$

5 Calculer la valeur d'une expression littérale

Méthode

Pour calculer la valeur d'une expression littérale, il faut donner une valeur à chaque lettre figurant dans l'expression.

Exercice 7.8

Calculez la valeur de chacune des expressions suivantes pour $x = +2$ et pour $x = -2$.

$$A = 10x + 2.$$

$$B = 3 - 4x.$$

$$C = 10x^2 + x - 1.$$

$$D = x(x-1)(x-2).$$

Réponse Pour $X = 2$:

$$A = \dots$$

$$B = \dots$$

$$C = \dots$$

$$D = \dots$$

Pour $X = -2$:

$$A = \dots$$

$$B = \dots$$

$$C = \dots$$

$$D = \dots$$

Exercice 7.9

Calculez la valeur de chacune des expressions suivantes pour $a = 10$ et $b = -1$:

$$E = 5a^2 + 3ab + b^2.$$

$$F = (2a - 3b)(a + b).$$

Réponse

Pour $a = 10$ et $b = -1$:

$$E = \dots$$

$$F = \dots$$

Exercice 7.10

Calculer l'aire L d'un rectangle de longueur $t + 5$ et de largeur $t + 1$ pour $t = 4$ cm.

Réponse

Pour $t = 4$ cm :

$$L = \dots$$

L'aire du rectangle mesure $\dots$