CHAPITRE 2

NOMBRES PREMIERS

1 Rappels sur la division euclidienne

1.1 Division euclidienne

Définition 2 (entier naturel)
Un **entier naturel** est un nombre entier positif ou nul.

Définition 3 (division euclidienne)
Effectuer la **division euclidienne** de 83 (le **dividende**) par 6 (le **diviseur**), c'est trouver deux nombres entiers, le **quotient** et le **reste**, tels que :

$$\text{dividende} = \text{diviseur} \times \text{quotient} + \text{reste}.$$

Et tels que le reste de la division est inférieur au diviseur :

$$83 = 6 \times 13 + 5.$$

Exercice 2.1
Complétez les phrases proposées ci-dessous :

a. $27 = 6 \times 4 + 3$.

Dans la division euclidienne de ... par 6, le dividende est ... , le diviseur est ... , le quotient est ... et le reste est ...

b. Dans la division euclidienne posée ci-contre, le dividende est ... , le diviseur est ... , le quotient est ... et le reste est ...

$$\begin{array}{r|l} 23 & 5 \\ \cline{2-2} -\ 20 & 4 \\ \cline{1-1} 3 & \end{array}$$

1.2 Multiple, diviseur et divisibilité

Définition 4 (multiple, diviseur, divisible)
Soient a, b et q des entiers naturels avec $b \neq 0$ tels :

$$a = b \times q.$$

On dit que :

- le nombre a est un **multiple** de b ;
- le nombre b est un **diviseur** de a ;
- le nombre a est un **divisible** par b.

Exercice 2.2
Complétez les phrases suivantes en utilisant les nombres 4, 7 et 28.

Réponse
Les nombres ... et ... sont des diviseurs de ...

Le nombre ... est un multiple des nombres ... et ...

Le nombre ... est divisible par les nombres ... et ...

1.3 Critères de divisibilité

Résumons l'ensemble des critères de divisibilité d'un nombre entier, vus en sixième, dans un tableau.

Diviseur	Critère de divisibilité
2	Le chiffre des unités est 0, 2, 4, 6 ou 8.
5	Le chiffre des unités est 0 ou 5.
10	Le chiffre des unités est 0.
3	La somme des chiffres du nombre est divisible par 3.
9	La somme des chiffres du nombre est divisible par 9.
4	Le nombre formé par les deux derniers chiffres du nombre testé est lui-même divisible par 4.

Définition 5 (pair, impair)

Un nombre entier naturel est **pair** s'il est divisible par 2.

Un nombre entier naturel est **impair** s'il n'est pas divisible par 2.

Remarque

Le nombre 0 est un nombre pair.

Exercice 2.3

Répondez en justifiant :

a. Le nombre 22 225 est-il divisible par 2 ?

b. Le nombre 4 270 est-il divisible par 5 ?

c. Le nombre 5 555 est-il divisible par 10 ?

d. Le nombre 888 est-il divisible par 3 ?

e. Le nombre 42 786 est-il divisible par 9 ?

f. Le nombre 44 434 est-il divisible par 4 ?

Réponse

a. Le chiffre des unités de 22 225 n'est pas pair, donc 22 225 ... divisible par 2.

b. Le chiffre des unités de 4 270 est 0, donc 4 270 ... divisible par 5.

c. Le chiffre des unités de 5 555 est 5, donc 5 555 ... divisible par 10.

d. Je calcule la somme des chiffres du nombre 888 : $8+8+8=24$.
24 est un multiple de 3, donc 888 ... un multiple de 3.

e. Je calcule la somme des chiffres du nombre 42 786 : $4+2+7+8+6=27$.
27 est un multiple de 9, donc 42 786 ... un multiple de 9.

f. Les deux derniers chiffres de 44 434 forment le nombre ... , qui ... un multiple de 4.
Donc, le nombre 44 434 ... un multiple de 4.

2 Nombres premiers

2.1 Nombres premiers

Définition 6 (nombre premier)
Un **nombre premier** est un nombre plus grand que 1 dont les seuls diviseurs sont 1 et lui-même.

Exercice 2.4
Complétez les phrases suivantes :

a. Le nombre 6 est divisible par ...
Donc, le nombre 6 ...

b. Le nombre 7 est divisible par ...
Donc, le nombre 7 ...

Propriété 9 (nombre premiers inférieurs à 30)
Les nombres premiers inférieurs à 30 sont les nombres ...

3 Décomposition d'un entier en facteurs premiers

Définition 7 (décomposition en produit de facteurs premiers)
Si n est un entier supérieur à deux, il peut être **décomposé en produit de facteurs premiers**.

Exercice 2.5
Décomposez en facteurs premiers les nombres suivants.

a. 70. b. 71. c. 72. d. 75.

Réponse

Décomposons 70.

$$\begin{array}{r|l} 70 & 2 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

Décomposons 71.

$$\begin{array}{r|l} 71 & 71 \\ 1 & \end{array}$$

Décomposons 72.

$$\begin{array}{r|l} 72 & 2 \\ 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

Décomposons 75.

$$\begin{array}{r|l} 75 & 3 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

En conclusion :

a. $70 =$ ...

b. Le nombre 71 est ...

c. $72 =$ ...

d. $75 =$ ...