

1 Agrandir ou réduire une figure

Propriété 38

Les dimensions d'une figure obtenue par agrandissement ou par réduction sont proportionnelles à celles de la figure initiale.

Définition 37 (échelle d'une carte ou d'un plan)

L'**échelle** d'une carte ou d'un plan est le coefficient de proportionnalité entre les distances sur la carte et les distances réelles :

$$\text{échelle} = \frac{\text{distance sur la carte}}{\text{distance réelle}}.$$

Et donc :

$$\text{distance sur la carte} = \text{distance réelle} \times \text{échelle}.$$

Exercice 12.1

1. La distance à vol d'oiseau de Lyon à Paris est d'environ 394 km.

Calculez la distance séparant Lyon et Paris sur une carte au 1/1 000 000 :

- a. en kilomètres.
- b. en centimètres.

2. Sur une carte à l'échelle de 1/25 000, Sergy et Gex sont séparées d'environ 10 cm.

Calculez la distance réelle approximative de Sergy à Gex :

- a. en kilomètres.
- b. en centimètres.

Réponse

1. a. Je calcule la distance d_{LP} de Lyon à Paris sur la carte, en km :

distance sur la carte = distance réelle $\times$ échelle.

$$d_{LP} \approx 394 \times \frac{1}{1\,000\,000} \approx \dots$$

- b. Je convertis la distance en cm :

km	hm	dam	m	dm	cm	mm

La distance sur la carte de Lyon à Paris mesure approximativement ...

2. a. Je calcule la distance réelle d_{SG} de Sergy à Gex en cm :

$$\text{distance réelle} = \frac{\text{distance sur la carte}}{\text{échelle}}.$$

$$d_{SG} \approx 10 \times 25\,000 \approx \dots$$

- b. Je convertis la distance en km :

km	hm	dam	m	dm	cm	mm

La distance réelle de Sergy à Gex mesure approximativement ...

Propriété 39

Pour réduire une figure, on multiplie les dimensions de toutes les longueurs de cette figure par un nombre compris entre 0 et 1.

Exercice 12.2

Une grange a la forme d'un bâtiment rectangulaire de longueur $L = 15$ m et de largeur $l = 6$ m. On souhaite dessiner ce rectangle à l'échelle $1/300$.

1. Calculez les dimensions du rectangle à dessiner.
2. Tracez et codez ce rectangle en vraie grandeur.

Réponse

1. Je calcule en mètres les dimensions du rectangle à dessiner à l'échelle $1/300$:

$$L = 15 \times \frac{1}{300} = \dots \text{ m.}$$

$$l = 6 \times \frac{1}{300} = \dots \text{ m.}$$

Je convertis ces dimensions en centimètres :

km	hm	dam	m	dm	cm	mm

La longueur du rectangle dessiné mesure $\dots$ cm et sa largeur $\dots$ cm.

2. Je dessine le rectangle qui représente la grange à l'échelle $1/300$:

...

Propriété 40

Pour agrandir une figure, on multiplie les longueurs de cette figure par un nombre supérieur à 1.

Exercice 12.3

Une maquette à l'échelle $1/43$ d'une Ferrari 812 GTB a pour dimension $11 \times 5 \times 3$ (en centimètres). Quelle sont les dimensions réelles du véhicule, en mètres ?

Réponse

Je calcule les dimensions réelles du véhicule en cm :

$$L = 11 \times 43 = \dots$$

$$l = 5 \times 43 = \dots$$

$$h = 3 \times 43 = \dots$$

Je convertis ces dimensions en mètres :

km	hm	dam	m	dm	cm	mm

Le véhicule a donc pour longueur $\dots$ m, pour largeur $\dots$ m et pour hauteur $\dots$ m.

2 Calculer une échelle

Exercice 12.4

Un architecte réalise un plan détaillé d'un appartement.

On observe qu'une pièce ayant la forme d'un carré de 6 m de côté est représentée sur le plan par un carré de côté 24 cm.

Quelle est l'échelle du plan ?

Réponse

Je convertis en mètres la distance mesurée sur la carte : $24 \text{ cm} = 0,24 \text{ m}$.

Je calcule l'échelle du plan :

$$\text{échelle} = \frac{\text{distance sur la carte}}{\text{distance réelle}} = \frac{0,24}{6} = 0,04 = \frac{1}{\dots}$$

Le plan est à l'échelle 1/ ...