

CHAPITRE 17

POURCENTAGE ET RATIO

1 Proportion et pourcentage (Rappels)

Définition 47 (proportion)

Le rapport entre une quantité et la quantité totale d'une grandeur définit une **proportion**.

Exercice 17.1

Pour chacune des phrases suivantes, déterminez une proportion et complétez les pointillés.

1. Un refuge abrite 70 animaux dont 28 chats. La proportion de chats du refuge est $\dots : \dots$
soit $\frac{\dots}{\dots}$
2. Les trois quarts des habitants d'une ville habitent dans un appartement. La proportion des habitants de cette ville habitant un appartement est $\dots : \dots$ soit $\frac{\dots}{\dots}$.
3. Parmi les 130 élèves de cinquième, 91 élèves font du ski. Les élèves de cinquième pratiquent le ski dans une proportion de $\dots : \dots$ soit $\frac{\dots}{\dots}$.

Définition 48 (pourcentage)

Une proportion dont le dénominateur est 100 s'appelle un **pourcentage**.

Exercice 17.2

75 % des élèves se rendent au collège en bus.

Cela signifie que sur 100 élèves, 75 viennent en bus et :

- le pourcentage d'élèves qui viennent en bus est 75 % ;
- la proportion d'élèves en bus est $\frac{\dots}{\dots}$.

2 Appliquer un pourcentage (rappels)

Définition 49 (prendre un pourcentage d'une quantité)

Prendre un pourcentage p % d'une quantité, c'est multiplier cette quantité par $\frac{p}{100}$.

Exercice 17.3

1. 60 % du corps d'une personne de 70 kg est constitué d'eau. Calculez la masse de cette eau.
2. Un commerçant accorde 35 % de réduction sur un pull coûtant 80 €.
 a) Quel est le montant de la réduction ?
 b) Quel est le prix du pull après réduction ?

Réponse

1. Je calcule 60 % de 70 kg.

$$\frac{60}{100} \times 70 = \dots$$
 Le corps de cette personne contient ... d'eau.
2. a) Je calcule 35 % de 80 €.

$$\frac{\dots}{\dots} \times \dots = \dots$$
 Le commerçant effectue une réduction d'un montant de ...
 b) $80 - \dots = \dots$
 Le prix du pull après réduction est de ... €.

3 Déterminer un pourcentage

Propriété 54 (calculer un pourcentage)

Calculer un pourcentage revient à déterminer une proportion dont le dénominateur est 100.

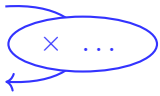
Exercice 17.4

Un yaourt de 125 g comporte 30 g de fruits.

Calculer le pourcentage de fruits dans ce yaourt à l'aide d'un tableau de proportionnalité.

Réponse

Masse de fruits en g	30	...
Masse totale en g	125	100



Je calcule le coefficient de proportionnalité : $\frac{30}{125} = \dots$

Je calcule la quantité de fruits dans 100 g de yaourt. $\dots \times 100 = \dots$

Dans 100 g de yaourt on trouve $\dots$ g de fruits.

Le pourcentage de fruits dans un yaourt est donc $\dots$ %.

Exercice 17.5

Sur 208 élèves de cinquième, 182 viennent au collège en bus.

Calculez le pourcentage d'élèves qui viennent en bus, à l'aide d'une fraction.

Réponse

Deux rédactions sont envisageables.

– *Première rédaction*

Je calcule le pourcentage d'élèves qui viennent en bus sous la forme d'une proportion de dénominateur 100.

$$\frac{\dots}{208} = 0,875 = \frac{\dots}{100}.$$

En d'autres termes, 87,5 % des élèves de cinquième viennent au collège en bus.

– *seconde rédaction*

$$\frac{182}{208} \times 100 = \dots \times 100 = \dots.$$

On conclut également que $\dots$ % des élèves de cinquième viennent au collège en bus.

4 Ratio**4.1 Notion de ratio****Définition 50 (ratio entre deux nombres)**

Deux nombres sont dans le **ratio** $a : b$ lorsque ces deux nombres sont proportionnels à a et à b .

Exercice 17.6

Un écran vidéo affiche une image avec une résolution de 5 120 par 1 440 pixels.

Cette image est-elle au ratio 32 : 9 ?

Réponse

Calculons si les nombre 5120 et 1440 sont respectivement proportionnels aux nombres 32 et 9 :

$$- 5120 \div 32 = \dots$$

$$- 1440 \div 9 = \dots$$

Les dimensions de l'image $\dots$ au ratio 32 : 9.

Définition 51 (ratio entre trois nombres)

Trois nombres sont dans le ratio $a : b : c$ lorsque ces trois nombres sont proportionnels à a , b et c .

Exercice 17.7

Sur le parking du collège, 810 élèves, 54 enseignants et 27 chauffeurs se préparent pour une sortie scolaire en bus.

1. Peut-on les répartir selon le ratio 30 : 2 : 1 ?
2. Combien de bus sont nécessaires ?

Réponse

1. Calculons si les nombre 810, 54 et 27 sont proportionnels aux nombres 30, 2 et 1 :

$$- 810 \div 30 = \dots$$

$$- 54 \div 2 = \dots$$

$$- 27 \div 1 = \dots$$

Les voyageurs $\dots$ dans le ration 30 : 2 : 1.

2. Il faut $\dots$ bus.

4.2 Exploiter un ratio entre trois grandeurs**Propriété 55 (ratio entre trois grandeurs)**

Si on partage une quantité en trois parties p_1 , p_2 et p_3 selon le ratio $a : b : c$, alors les parties sont proportionnelles aux nombres constituant le ratio :

$$\frac{p_1}{a} = \frac{p_2}{b} = \frac{p_3}{c} = \frac{p_1 + p_2 + p_3}{a + b + c}.$$

Exercice 17.8

On prépare un sac contenant des billes de trois couleurs différentes.

Chaque fois que l'on ajoute 4 billes bleues dans le sac, on ajoute 6 billes rouges et 7 billes vertes.

Dans quel ratio sont les billes bleues, rouges et vertes ?

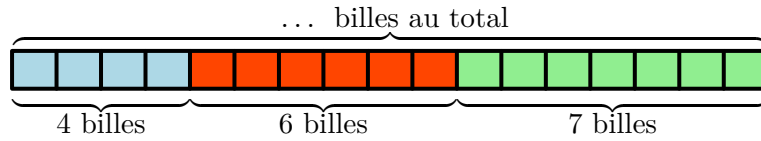
Proposer un schéma pour illustrer cette situation.

Réponse

Les billes bleues, rouges et vertes sont dans le ratio ...

$$4 + 6 + 7 = \dots$$

En respectant le ratio calculé, un lot de ... billes contiendra ... billes bleues, ... billes rouges et ... billes vertes.



Exercice 17.9

Pour préparer un cocktail de fruits, on a mélangé du jus d'orange, du jus de lychee et du jus de mangue dans le ratio 2 : 5 : 3.

On a utilisé 400 cl de jus d'orange.

Combien a-t-il fallu de jus de lychee ? De jus de mangue ? Quelle quantité de cocktail a-t-on mixé ? Complétez le tableau proposé et convertir la quantité de cocktail obtenue en litres.

Réponse

	Jus d'orange (cL)	Jus de lychee (cL)	Jus de mangue (cL)	Total cocktail (cL)
400	c ...	d ...	e ...	
2	5	3	a ...	

a. Avec 2 cL de jus d'orange , 5 cL de jus de Lychee et 3 cL de jus de mangue, on obtient ce volume de cocktail : $2 + 5 + 3 = \dots$ cL.

b. A partir des quantités de jus d'orange, je calcule le coefficient de proportionnalité du tableau : $\frac{\dots}{\dots} = \dots$

c. Je calcule la quantité de jus de Lychee nécessaire : $5 \times \dots = \dots$ cL.

d. Je calcule la quantité de jus de mangue nécessaire : $3 \times \dots = \dots$ cL.

e. Je calcule la quantité de cocktail obtenue, soit en utilisant le coefficient de proportionnalité, soit par addition :

$$- (2 + 3 + 5) \times \dots = 10 \times \dots = \dots \text{ cL.}$$

$$- \dots + \dots + \dots = \dots \text{ cL.}$$

f. Je convertis la quantité de cocktail en litres :

hL	daL	L	dL	cL	mL

On obtient donc ... L de cocktail.

4.3 Exploiter un ratio entre deux grandeurs

Propriété 56 (ratio entre deux grandeurs)

Si on partage une quantité en deux parties p_1 et p_2 selon le ratio $a : b$, alors les parties sont proportionnelles aux nombres constituant le ratio :

$$\frac{p_1}{a} = \frac{p_2}{b} = \frac{p_1 + p_2}{a + b}.$$

Remarque

- Une fraction permet de comparer une partie et une quantité totale.
- Un ratio permet de comparer deux quantités.

Exercice 17.10

On mélange 5 parts de peinture jaune pour 3 parts de peinture rouge.

1. Déterminer le ratio entre peinture jaune et peinture rouge dans le mélange.
2. Quelle quantité de peinture jaune et de peinture rouge faut-il pour réaliser 40 L de mélange ?

Réponse

1. La peinture jaune et la peinture rouge sont dans le ratio $\dots : \dots$.
2. En additionnant 5 parts de peinture jaune et 3 parts de peinture rouge, on obtient $\dots$ parts.

Par obtenir 40 L de mélange :

- Peinture jaune : $\frac{\dots}{\dots} \times 40 = \dots$ Il faut donc $\dots$ L de peinture jaune.
- Peinture rouge : $\frac{\dots}{\dots} \times 40 = \dots$ Il faut donc $\dots$ L de peinture rouge.

On peut résumer la situation dans un tableau montrant la proportionnalité entre la quantité de peinture et la part dans le ratio :

	Peinture jaune	Peinture rouge	Total mélange
$\times \dots$	$\dots$	$\dots$	40 L
	$\dots$	$\dots$	$\dots$

Représentons enfin la situation par un schéma :

